

DEA Analyse et Politique Économiques  
École des Hautes Études en Sciences Sociales, Paris

---

# Peut-on encore stabiliser les prix des matières premières ?

Étude d'un mécanisme de lissage  
par moyenne mobile

---

Sébastien Villemot

Mémoire de DEA sous la direction de Daniel Cohen

Septembre 2004

# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>3</b>
<b>1 Présentation de la problématique</b>	<b>4</b>
1.1 Faits sur la volatilité des prix des matières premières . . . . .	5
1.1.1 Définition de la volatilité . . . . .	5
1.1.2 Origine de la volatilité . . . . .	5
1.1.3 Mesures de la volatilité . . . . .	6
1.2 Impact de la volatilité . . . . .	7
1.2.1 Niveau microéconomique : le producteur . . . . .	7
1.2.2 Niveau macroéconomique . . . . .	9
1.3 Solutions de politique économique . . . . .	10
<b>2 Modélisation statistique des séries de prix</b>	<b>12</b>
2.1 Stationnarité en niveau ou en différence? . . . . .	12
2.2 Modélisation ARIMA . . . . .	13
2.3 Tendance de long terme et débat sur la diversification . . . . .	15
2.4 Persistance des chocs et faisabilité de la stabilisation . . . . .	15
<b>3 Fonds de stabilisation autour d'une moyenne mobile</b>	<b>17</b>
3.1 Présentation et motivation . . . . .	17
3.2 Résultats théoriques . . . . .	19
3.2.1 Au sujet du filtre moyenne mobile . . . . .	19
3.2.2 Une condition suffisante pour l'équilibre financier permanent . . . . .	19
3.2.3 Comportement asymptotique . . . . .	20
3.3 Simulations Monte-Carlo . . . . .	21
3.3.1 Avec $n$ et $r$ constants . . . . .	21
3.3.2 En faisant varier $n$ et $r$ . . . . .	22
3.3.3 Autre mode de calcul du coût . . . . .	24
3.4 Simulations historiques . . . . .	24
3.5 Variantes . . . . .	29
3.5.1 Fonds commun à plusieurs commodités non substituables . . . . .	29
3.5.2 Paiements asymétriques . . . . .	31
<b>Conclusion</b>	<b>33</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>34</b>

<b>A</b>	<b>Données</b>	<b>36</b>
A.1	Compléments d'information . . . . .	36
A.2	Graphiques de prix . . . . .	37
<b>B</b>	<b>Modèles ARIMA estimés</b>	<b>40</b>
<b>C</b>	<b>Décomposition du filtre moyenne mobile</b>	<b>42</b>
<b>D</b>	<b>Preuves</b>	<b>44</b>

# Introduction

Pour de nombreux pays en développement, les matières premières constituent toujours la source principale de leurs revenus d'exportation. Or, les prix internationaux de ces matières premières subissent, depuis longtemps, des fluctuations très fortes et bien souvent imprévisibles. Cela a des conséquences majeures pour ces pays, notamment sur le plan de leur équilibre macro-économique, car ces exportations sont la source des devises leur permettant de rembourser leurs dettes ou d'importer les biens manufacturés nécessaires au développement du secteur industriel. La volatilité des prix des matières premières affecte directement le budget de l'État (via la fiscalité sur les exportations), les producteurs (dans la mesure où le marché domestique est intégré au marché mondial), et le reste de l'économie (via les effets d'équilibre général).

De nombreuses initiatives ont été prises dans le passé afin de stabiliser les prix, mais la plupart n'étaient pas viables et ont dû être abandonnées ; la raison principale à cela semble être que les chocs sur les prix ne se résorbent que lentement et partiellement. C'est pourquoi de nombreux auteurs sont pessimistes quant à la possibilité d'une stabilisation, et conseillent aux pays exportateurs de considérer tous les chocs comme permanents, puis de s'adapter en conséquence.

Cette dernière recommandation est certainement trop extrême, et il devrait donc être possible de permettre une certaine protection contre les chocs, au moins de façon temporaire. Partant de cette intuition, ce mémoire propose un nouveau mécanisme de stabilisation, qui consisterait à protéger les pays contre les déviations des prix par rapport à leur moyenne mobile. L'intérêt à cela est que la moyenne mobile est connue à l'avance, que ses variations sont plus lisses, et qu'en même temps elle s'adapte naturellement aux tendances de long terme du marché.

Ce travail est organisé comme suit : le premier chapitre définit et étudie la notion de volatilité des prix, et résume les principaux résultats de la littérature au sujet de son impact sur l'économie, et des solutions qui ont été proposées ; le deuxième chapitre s'intéresse aux propriétés statistiques des séries de prix, avec l'estimation de modèles de séries temporelles, et quelques commentaires sur les débats de la littérature directement liés aux questions économétriques ; enfin, le troisième chapitre, qui constitue le cœur de la contribution originale de ce travail, se propose d'étudier le mécanisme de stabilisation mentionné ci-dessus, en se concentrant sur sa faisabilité et sur son coût.

# Chapitre 1

## Présentation de la problématique

Tout d’abord, une remarque sur le vocabulaire : comme le propose Giraud (2003), on utilisera souvent le vocable de ”commodité” (qui n’est pas un anglicisme) plutôt que celui de matière première. Ce terme renvoie à la nature de la relation qui s’établit entre fournisseurs et clients, plutôt qu’au degré d’élaboration du produit. Ainsi, une commodité est un produit vendu sur un marché très concurrentiel, et pour lequel la qualité est standardisée : la concurrence porte alors essentiellement sur le prix. Le terme ”matière première”, quant à lui, désigne plutôt un produit de base, c’est-à-dire qui a subi peu de transformations depuis son état ”naturel”. Le concept de commodité semble donc plus pertinent pour notre propos que celui de matière première, car il est de nature économique, plutôt que technique. Quoi qu’il en soit, il est à noter que la plupart des matières premières sont des commodités.

Le champ des commodités étudiées sera celui des matières premières agricoles, bien qu’une généralisation à d’autres commodités soit possible. Le tableau 1.1 liste les cinq commodités retenues pour les études empiriques. Pour chacune d’elles, le tableau indique la période d’étude, le prix au comptant en juillet 2003, ainsi qu’une quantité physique estimant grossièrement le volume des exportations de l’ensemble des pays en développement. Toutes les données de prix sont mensuelles et proviennent de la base *International Financial Statistics* (IFS<sup>1</sup>) du FMI. Quelques compléments d’information sur les sources sont donnés en annexe A.1.

TAB. 1.1 – Commodités étudiées

Commodité	Période étudiée	Prix en 07/2003	Quantité annuelle	Valeur <sup>a</sup>
Bananes	01/1975-12/2003	296.36 US\$/tonne	11,600,000 tonnes	3438 M\$
Cacao (fèves)	01/1957-12/2003	1556.87 US\$/tonne	2,818,000 tonnes	4387 M\$
Café (arabica)	01/1957-12/2003	62.29 US¢/lb	3,511,000 tonnes	4822 M\$
Coton	01/1957-12/2003	60.19 US¢/lb	7,058,000,000 lb	4248 M\$
Riz	01/1957-12/2003	199.48 US\$/tonne	19,900,000 tonnes	3970 M\$

<sup>a</sup>La valeur annuelle est exprimée en millions de US\$. C’est simplement le produit des deux colonnes précédentes.

Par ailleurs, toutes les séries de prix étudiées seront exprimées en termes réels, afin de refléter les termes de l’échange auxquels les pays exportateurs font face. Le déflateur ici utilisé est l’indice des prix à la production aux États-Unis, avec le mois de juillet 2003

<sup>1</sup>Voir <http://ifs.apdi.net/imf/>

comme base de l'indice<sup>2</sup>.

Enfin, tous les calculs ont été faits avec l'environnement de calcul statistique R<sup>3</sup>.

Ce chapitre se découpe comme suit : la première section donne une définition de la volatilité, quelques explications sur son origine, et quelques chiffres clefs ; la deuxième section étudie l'impact de la volatilité aux niveaux micro- et macro-économique. Enfin, la troisième section recense succinctement les initiatives de politique économique qui, par le passé, ont été prises pour remédier à ce problème.

## 1.1 Faits sur la volatilité des prix des matières premières

### 1.1.1 Définition de la volatilité

D'une manière générale, la volatilité des prix est le fait que ceux-ci subissent, à court et moyen terme, des fluctuations plus ou moins erratiques, qui peuvent complètement dominer les tendances de long terme.

Il est cependant nécessaire de distinguer deux types de volatilité :

- la volatilité *ex post* (appelée aussi variabilité, ou encore volatilité non conditionnelle), qui mesure les fluctuations de prix telles qu'elles se réalisent effectivement. Formellement, si  $p_t$  est la série de prix, la mesure la plus simple de la volatilité *ex post* est l'écart type de la série. Cependant, cette mesure sera artificiellement gonflée si les prix affichent une tendance ; on lui préférera donc l'écart type de la série log-différenciée ( $\Delta \ln p_t$ ).
- la volatilité *ex ante* (appelée aussi incertitude, ou encore volatilité conditionnelle), qui mesure l'incertitude qui subsiste *ex ante* quant à la réalisation des prix, une fois que toute l'information disponible a été utilisée pour prédire le futur. D'un point de vue technique, cela correspond à l'écart type de l'innovation de la série temporelle des prix ; cependant, l'inconvénient de cette notion est que sa mesure dépend fortement du modèle statistique supposé pour la série (ARMA, GARCH, ...).

Autrement dit, si les prix sont totalement prévisibles (c'est-à-dire déterministes), la volatilité *ex ante* est nulle. Inversement, si les prix forment une suite de variables indépendantes (c'est-à-dire qu'il n'y a aucune prédictibilité), alors les deux types de volatilité deviennent identiques.

### 1.1.2 Origine de la volatilité

La raison principale de la volatilité est qu'à court terme, les élasticités-prix de l'offre et de la demande sont faibles : du côté de l'offre, parce que les décisions de production sont souvent prises à l'avance, et du côté de la demande, parce que les matières premières entrent pour une faible part dans le coût de production des biens finaux, ce qui fait que des variations de leurs prix modifient peu les comportements en aval. Ainsi, à cause de ces faibles élasticités, de petites modifications des quantités peuvent avoir un grand impact sur les prix.

Un facteur vient cependant modérer les variations de prix : le stockage. Deaton et Laroque (1992) en rendent compte avec un modèle structurel de formation des prix. Dans leur modèle, la dimension aléatoire provient de la quantité produite, qui est modélisée par une variable i.i.d. au cours du temps ; entre périodes, il est possible que des stocks soient

---

<sup>2</sup>Un autre déflateur couramment utilisé est la valeur unitaire des exportations manufacturées des pays industrialisés (*Manufacturing Unit Value*).

<sup>3</sup>Voir R Development Core Team (2004) ou <http://www.r-project.org>

TAB. 1.2 – Indices de volatilité annuelle pour les prix déflatés

	Bananes	Cacao	Café	Coton	Riz
Tendance	-0.016	-0.011	-0.031	-0.018	-0.024
Variabilité	0.132	0.251	0.257	0.172	0.205
- 1957-1972		0.248	0.128	0.069	0.142
- 1973-1984	0.080	0.329	0.316	0.202	0.340
- 1985-2003	0.153	0.206	0.298	0.212	0.136
Incertitude	0.096	0.206	0.226	0.157	0.167
- 1957-1972		0.198	0.194	0.154	0.147
- 1973-1984	0.096	0.233	0.237	0.157	0.204
- 1985-2003	0.096	0.195	0.240	0.160	0.158

accumulés, éventuellement à des fins spéculatives. Ainsi, lorsque la production est importante, et que donc les prix sont bas, les spéculateurs deviennent acheteurs, ce qui limite la baisse des prix. Inversement, lorsque les prix sont hauts, les spéculateurs deviennent vendeurs, mais jusqu'à un certain point : une fois les stocks à zéro, rien ne peut freiner la hausse. Ce modèle prédit donc que les séries de prix des commodités sont souvent caractérisés par de longues périodes de prix bas, entrecoupées de brèves flambées, et que de plus le moment centré d'ordre 3 (*skewness*) est positif; ces deux faits sont confirmés par l'étude empirique de Cashin et al. (1999a).

Le modèle ne rend cependant pas compte de la totalité des faits observés, et en particulier il n'explique pas suffisamment la forte autocorrélation des prix. On peut trouver dans Dehn et al. (2004) une revue des derniers développements autour de la modélisation structurelle des prix des commodités, ainsi que des axes de recherche pour le futur.

### 1.1.3 Mesures de la volatilité

La forte volatilité des prix est apparente sur les graphes des séries de prix des cinq commodités étudiées, en figures A.1 à A.5 (en appendice A.2).

Plus formellement, le tableau 1.2 donne différents indices de volatilité pour les cinq commodités retenues. La première ligne contient simplement la moyenne de la série  $\Delta \ln p_t$  (où  $p_t$  est la série annualisée des prix déflatés par l'indice des prix à la production aux États-Unis), ce qui correspond donc à la tendance sur la période complète<sup>4</sup>, calculée de façon brute. On remarque ainsi que les cinq séries suivent une tendance décroissante, avec entre 1% et 3% de baisse par an.

La deuxième ligne donne les indices de volatilité *ex post*, ou variabilité, c'est-à-dire l'écart type de  $\Delta \ln p_t$ . Les trois lignes suivantes donnent un découpage de cet indice sur trois périodes<sup>5</sup> : 1957-1972, 1973-1984 et 1985-2003.

On peut remarquer que la variabilité a clairement augmenté après 1973, au moment de la fin du système de Bretton Woods et du premier choc pétrolier. Après 1985, la tendance semble s'être légèrement inversée, sans pour autant permettre un retour au calme relatif d'avant 1973.

Différentes études documentent l'évolution de la variabilité au cours des années. On peut notamment citer Cashin et McDermott (2002), qui étudient le comportement d'un

<sup>4</sup>1957-2003, sauf pour les bananes où les données commencent en 1975.

<sup>5</sup>Ce découpage suit celui de Dehn et al. (2004).

indice de prix des commodités industrielles, sur la période 1862-1999. Leur principale conclusion est que la volatilité a augmenté de deux façons : autour de 1900, on observe une augmentation de l'amplitude des mouvements de prix, et autour de 1970, on observe une augmentation de la fréquence des grandes variations de prix. La rupture du début des années 1970 semble très fortement liée à la fin du système de taux de change fixes, qui a notamment entraîné une plus grande variabilité des taux de change réels ; en effet, étant donné que les prix internationaux des commodités sont exprimés en dollars, toute variation du taux de change du dollar par rapport à l'ensemble des autres monnaies sera reflétée dans le prix. Dans le même ordre d'idées, Cashin et al. (2000) étudient la persistance des chocs, et trouvent que celle-ci a augmenté après 1971 pour 10 des 51 commodités étudiées, et augmenté pour seulement 2 d'entre elles.

Les quatre dernières lignes du tableau 1.2 donnent des mesures de la volatilité *ex ante*, ou incertitude, d'abord sur toute la période, et ensuite selon le découpage précédemment utilisé. On adopte ici l'approche exposée dans Dehn (2000), qui consiste à éliminer la partie prédictible de la série de prix, et ensuite estimer un modèle GARCH(1,1)<sup>6</sup> sur la partie non prédictible (c'est-à-dire l'innovation). Formellement, si  $p_t$  est la série des prix annuels, on estime le modèle suivant :

$$\Delta \ln p_t = \alpha_0 + \alpha_1 t + \alpha_2 t^2 + \beta_1 \Delta \ln p_{t-1} + \beta_2 \ln p_{t-2} + \varepsilon_t \quad (1.1)$$

avec :

$$\mathbb{V}(\varepsilon_t) = \sigma_t^2 = \gamma_0 + \gamma_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \delta \sigma_{t-1}^2$$

L'indice d'incertitude calculé est la moyenne des écarts types  $\sigma_t$  estimés sur la période considérée.

On remarque que ces indices sont globalement plus faibles et beaucoup plus stables dans le temps que ceux pour la volatilité *ex post*. Cependant, ce résultat est à prendre avec précaution, car le calcul de l'incertitude dépend très fortement du modèle statistique supposé (ici un GARCH).

Nous avons ici donné des indices de volatilité calculés pour chaque matière première. Il est également possible de calculer la volatilité au niveau d'un pays (ou d'un ensemble de pays), en utilisant comme indice de prix la moyenne géométrique des prix des commodités exportées par le(s) pays, pondérés par leur poids dans les exportations totales (voir Deaton et Miller (1995)). Les valeurs des indices de volatilité associés sont exposées dans Dehn (2000), pour huit grandes zones géographiques.

## 1.2 Impact de la volatilité

### 1.2.1 Niveau microéconomique : le producteur

Dans la théorie microéconomique standard, le producteur est risquophile. En effet, la fonction de profit est convexe en le vecteur des prix<sup>7</sup>. Il n'aurait alors aucune raison de rechercher une protection contre les variations de prix, au contraire.

Il existe cependant différentes façons d'étendre le cadre théorique pour aboutir à un producteur averse au risque. Une façon simple et naturelle pour y parvenir est de supposer que le producteur est en même temps un consommateur, avec une fonction d'utilité concave : le producteur devient alors averse au risque (voir Fally (2004) pour une étude théorique).

<sup>6</sup>Voir Bollerslev (1986).

<sup>7</sup>Voir par exemple Mas-Colell et al. (1995), chapitre 5, proposition 5.C.1, pour une démonstration.



On propose ici une autre façon d'obtenir ce résultat, sans utiliser de fonction d'utilité, avec un modèle basé sur deux idées :

- Le producteur doit s'engager sur la quantité qu'il veut produire, avant que le prix ne se réalise ; à l'inverse, dans la théorie microéconomique standard, le producteur peut ajuster instantanément son offre en fonction du prix qu'il observe. Cette hypothèse semble réaliste pour le cas de producteurs agricoles, qui doivent prendre leurs décisions de plantations avant la récolte, qui bien souvent n'ont pas accès aux marchés à terme.
- Le producteur est soumis à une contrainte de crédit : il doit payer les coûts de production avec la recette obtenue à la récolte précédente, et ne peut s'endetter si cette dernière était insuffisante.

Le modèle se déroule en 3 périodes :

- En période 0, l'agent choisit la quantité  $q_1$  qui sera produite en période 1, et paye les coûts associés  $c(q_1)$ . Pour simplifier, on suppose qu'il n'y a pas de contrainte de liquidité à ce moment.
- En période 1, le prix  $p_1$  se réalise, et l'agent récupère  $p_1q_1$ . Il décide maintenant de la quantité  $q_2$ , et doit payer les coûts associés, mais cette fois sous la contrainte  $c(q_2) \leq p_1q_1$ .
- En période 2, le prix  $p_2$  se réalise, et l'agent récupère  $p_2q_2$ .

On suppose que les prix sont i.i.d., positifs, et de moyenne  $\mu_p$ . De plus, on suppose la fonction de coûts quadratique, donnée par  $c(q) = \frac{1}{2}cq^2$ .

La résolution du modèle se fait en commençant par la fin. Au moment où il choisit  $q_2$ , l'agent résout le programme suivant :

$$\max_{q_2 \geq 0} \mathbb{E}(p_2q_2 - c(q_2)) = \max_{q_2 \geq 0} \mu_p q_2 - c(q_2)$$

sous la contrainte  $c(q_2) \leq p_1q_1$ .

Si la contrainte n'est pas saturée, l'optimum est atteint pour  $c'(q_2) = cq_2 = \mu_p$ . Sinon,  $q_2 = \sqrt{\frac{2p_1q_1}{c}}$ . La fonction valeur est ainsi définie par :

$$V_2(p_1q_1) = \begin{cases} \frac{\mu_p^2}{c} & \text{si } p_1q_1 \geq \frac{\mu_p^2}{2c} \\ \mu_p \sqrt{\frac{2p_1q_1}{c}} - p_1q_1 & \text{si } p_1q_1 < \frac{\mu_p^2}{2c} \end{cases}$$

Au moment où il choisit  $q_1$ , l'agent va donc résoudre :

$$\max_{q_1 \geq 0} \mathbb{E}(p_1q_1 - c(q_1) + V_2(p_1q_1)) = \max_{q_1 \geq 0} \mu_p q_1 - c(q_1) + \mathbb{E}(V_2(p_1q_1))$$

On résout d'abord ce programme en équivalent certain, c'est-à-dire avec  $p_1 = \mu_p$ . Il est alors facile de montrer que, dans ce cas, le producteur choisit  $q_1 = \frac{\mu_p}{c}$  (et c'est un optimum strict). En particulier, la contrainte de liquidité ne mordra pas dans la période suivante, car  $p_1q_1 = \frac{\mu_p^2}{c} > \frac{\mu_p^2}{2c}$ . On est donc bien dans la zone où la production est efficace, c'est-à-dire celle où le coût marginal est égal au prix de vente.

On retourne maintenant au cas incertain. Il est clair que  $\mathbb{E}(V_2(p_1q_1)) \leq V_2(\mu_p q_1)$  pour tout  $q_1 \geq 0$ , d'après l'inégalité de Jensen, car  $V_2$  est concave. Pour que le producteur soit strictement perdant en incertain, par rapport au cas certain, il faut et il suffit donc que  $\mathbb{E}(V_2(p_1q_1)) < V_2(\mu_p q_1)$  à l'optimum strict du cas certain, c'est-à-dire  $q_1 = \frac{\mu_p}{c}$ .

En utilisant le cas strict de l'inégalité de Jensen, on voit que cette dernière inégalité est vraie si et seulement si  $\Pr(p_1 < \frac{\mu_p}{2}) > 0$ , car  $V_2$  est strictement concave sur l'intervalle  $[0, \frac{\mu_p^2}{2c}]$ . Il faut donc rajouter l'hypothèse que les prix peuvent descendre en dessous de leur

demi-moyenne avec une probabilité non nulle, et on obtient ainsi un producteur averse au risque prix.

De plus, sous cette dernière hypothèse, on a également :

$$\left. \frac{\partial \mathbb{E}(V_2(p_1 q_1))}{\partial q_1} \right|_{q_1 = \frac{\mu_p}{c}} > 0$$

On en déduit donc que le producteur va choisir  $q_1 > \frac{\mu_p}{c}$ , c'est-à-dire qu'il va produire plus qu'en équivalent certain.

Pour résumer, l'intuition du modèle est la suivante : si jamais les prix chutent trop bas en période 1, le producteur n'a pas assez de liquidités pour produire de façon optimale en période 2. Anticipant cela, et afin de s'assurer partiellement contre une éventuelle chute des prix, il choisit *ex ante* de produire plus en période 1 qu'il ne l'aurait fait dans le cas certain, et quitte ainsi la zone de production efficace. En fait, on voit l'apparition d'un *trade-off* : le producteur accepte de perdre un peu d'efficacité en sur-produisant en période 1, ceci afin d'avoir plus de chances d'atteindre la zone d'efficacité en période 2. Mais globalement, il est perdant par rapport au cas certain, et est donc averse au risque.

Ainsi, pour différentes raisons, il est assez raisonnable de supposer que les producteurs (tout du moins les petits) sont averses au risque. Une conséquence négative à cela est que, pour se protéger, ils vont chercher à diversifier leurs sources de revenus, au détriment des gains d'efficacité qui pourraient être obtenus par une spécialisation et des économies d'échelle.

### 1.2.2 Niveau macroéconomique

On ne détaillera pas ici les mécanismes macro-économiques (comme par exemple la "maladie hollandaise" ou *Dutch disease*) pouvant être à l'origine de l'impact négatif de la volatilité sur la croissance ; on se contente de rendre compte de plusieurs résultats empiriques qui montrent l'importance de ce lien.

Un article de référence à ce sujet est celui de Ramey et Ramey (1995). Le cœur de l'article consiste en l'estimation d'une régression du type :

$$\Delta \ln Y_{it} = \lambda \sigma_i + \Theta X_{it} + \varepsilon_{it}$$

où  $i$  est un indice de pays,  $Y_{it}$  le PIB,  $X_{it}$  un ensemble d'explicatives "traditionnelles" du taux de croissance, et  $\sigma_i$  la variance du résidu  $\varepsilon_{it}$  (supposé normal et centré). La volatilité est mesurée par  $\sigma_i$ , qui se rapproche d'autant plus de la notion de volatilité *ex ante* que les explicatives  $X_{it}$  contiennent beaucoup de prédicteurs du taux de croissance. Le paramètre d'intérêt est donc  $\lambda$ . L'estimation est considérée comme étant en coupe, car  $\sigma_i$  est supposé constant dans le temps pour chaque pays.

Les résultats sont donnés pour deux échantillons distincts (92 pays de 1960 à 1985, puis 24 pays de l'OCDE de 1950 à 1988), et font clairement apparaître une corrélation négative entre volatilité et croissance (c'est-à-dire un  $\lambda$  négatif et significatif). De plus, cette corrélation semble d'autant plus forte que le  $\sigma_i$  estimé correspond à la notion de volatilité *ex ante*. Cependant, la méthode économétrique ne permet pas de passer d'une corrélation à une causalité. Par ailleurs, les auteurs insistent sur le fait que le taux d'investissement ne semble pas jouer dans cette relation, contrairement à ce que la théorie pouvait laisser penser.

Alors que le précédent papier s'intéressait à la volatilité d'une manière générale, Deaton et Miller (1995) se concentrent sur les commodités, et étudient, sur un panel de 12

pays d’Afrique sub-saharienne, l’impact d’un indice de prix de commodités (spécifique à chaque pays, comme expliqué en fin de section 1.1.3). Ils estiment un modèle VAR où figurent 4 variables (PIB, investissement, consommation, dépenses publiques), et rajoutent les indices de prix parmi les explicatives. Leur conclusion est que les variations des prix des commodités influencent fortement et durablement<sup>8</sup> le PIB (les chocs positifs augmentant le PIB, les chocs négatifs le diminuant) ; de plus, contrairement à l’article précédent, la principale courroie de transmission semble être l’investissement, avec cependant une contribution substantielle de la consommation.

Avec une autre méthodologie, Dehn (2000) étudie le même problème sur un échantillon de 56 pays, en utilisant des indices de prix similaires, et sur la période 1970/1973 à 1990/1993. Avec ces données de panel, il estime ensuite différents modèles de croissance empiriques, où la variable expliquée est le taux de croissance<sup>9</sup>, et où les explicatives incluent notamment des variables de politique économique, de qualité des institutions, ou de fractionnement ethno-linguistique. En testant différents modèles, il arrive à la conclusion que seules les variations contemporaines et négatives de prix ont un impact significatif (et négatif) sur la croissance, et que parmi ces variations, seules les plus amples importent. Les variations positives, ainsi que les variations négatives de petite ampleur, n’ont donc pas d’impact significatif. Par ailleurs, l’auteur ne trouve pas d’effet de la volatilité *ex ante*, qu’il estime avec l’équation (1.1). Enfin, l’effet mesuré des chocs ne semble pas passer par l’investissement, comme pour Ramey et Ramey (1995).

### 1.3 Solutions de politique économique

On énumère ici, sans détailler, quelques outils qui ont été employés par le passé pour protéger les pays exportateurs de la volatilité des prix.

**Les accords internationaux de stabilisation :** il s’agit de traités, spécifiques à une commodité précise, qui ont été signés par les principaux acteurs de chaque marché, dans la période qui a suivi la conférence de Bretton Woods. S’apparentant à des cartels autorisés, ils se proposaient de stabiliser les prix avec deux principaux outils : le contrôle des exportations (par des systèmes de quotas) et la gestion de stocks publics. Cependant, tous ces accords ont été suspendus dans les années 1980 et 1990, car ils n’étaient plus viables, suite à la baisse générale des prix. L’OPEP fait figure d’exception, mais le marché du pétrole est très différent des autres.

**Les caisses de stabilisation :** il s’agit d’organismes publics ou quasi-publics, mis en place à l’intérieur des pays exportateurs, dont le rôle était de garantir un prix domestique stabilisé, protégé des fluctuations des prix internationaux ; pour cette raison, ils avaient souvent un monopole d’exportation. La plupart de ces institutions ont fait face à de grosses difficultés financières, et ont généralement été démantelées suite aux pressions exercées par les organisations internationales en faveur de la libéralisation du commerce.

**Les schémas de financement compensatoire :** ce sont des mécanismes mis en place principalement par le FMI et par l’Union Européenne<sup>10</sup>, qui visent à débloquer des

---

<sup>8</sup>L’effet mesuré dure environ 7 années. Cependant, comme leur modèle est supposé stationnaire, toute persistance infinie est exclue *a priori*.

<sup>9</sup>Les taux de croissance sont calculés sur plusieurs années – 4 puis 8 ans – afin d’épurer au moins partiellement les effets de cycle, et obtenir des résultats relatifs à la croissance de long terme.

<sup>10</sup>L’Union Européenne offre depuis 1975 un tel système aux pays ACP (Afrique, Caraïbes, Pacifique), principalement ses anciennes colonies. Le système se dénommait initialement STABEX, puis a été remplacé en 2000 par FLEX, suite aux accords de Cotonou.

moyens financiers pour venir en aide aux pays faisant face à un choc négatif sur le prix de leurs exports. Ces systèmes semblent cependant peu efficaces, notamment parce qu'ils exigent souvent des critères difficiles à remplir pour obtenir des versements, et parce que ces derniers interviennent souvent trop tard, devenant ainsi pro-cycliques et non plus contra-cycliques.

**Les outils des marchés financiers :** c'est l'approche qui semble dorénavant privilégiée par les institutions internationales, et qui consiste à promouvoir les outils disponibles sur les marchés à terme pour se protéger des risques de prix, comme par exemple les contrats *futures*, *forward*, ainsi que les options et les *swaps*. Ainsi, la Banque Mondiale a lancé une initiative dénommée *International Task Force on Commodity Risk Management*, dont l'objectif est d'aider des coopératives agricoles dans les PVD à accéder à ces outils, en fournissant une aide technique et des partenariats avec des acteurs financiers. Les résultats sont pour le moment assez limités du point de vue du nombre d'acteurs impliqués. Par ailleurs, un obstacle majeur au développement de cette approche est le fait que les marchés à terme ne sont développés que pour un petit nombre de commodités, et généralement avec un horizon d'un an ou deux seulement.

## Chapitre 2

# Modélisation statistique des séries de prix

L'objet de ce chapitre est l'estimation d'un modèle de série temporelle pour chacune des cinq séries de prix étudiées ; ces estimations seront utilisées au chapitre suivant à des fins de simulation. Parallèlement à cela, on aborde rapidement certains enjeux de politique économique sur lesquels la modélisation statistique permet d'apporter un éclairage.

### 2.1 Stationnarité en niveau ou en différence ?

Comme rappelé par Gouriéroux et Monfort (1995, chapitre 6), la première étape lors de la recherche d'un modèle adéquat de série temporelle est la détermination de l'ordre d'intégration. Autrement dit, il s'agit de savoir si la série est stationnaire ou s'il est nécessaire de la différencier pour obtenir une série stationnaire<sup>1</sup>.

Différents tests ont été proposés à cette fin dans la littérature, parmi lesquels le test PP (Phillips et Perron 1988), et le test KPSS (Kwiatkowski et al. 1992). Pour le test PP, l'hypothèse nulle est que la série est stationnaire en différence, tandis que l'alternative est la stationnarité ; à l'inverse, pour le test KPSS, l'hypothèse nulle est la stationnarité.

Ces deux tests ont été effectués<sup>2</sup> sur les logarithmes des séries de prix déflatés, en incluant une constante et un terme de tendance. Les résultats sont donnés en table 2.1, avec le nombre de retards inclus dans la régression pour chaque test, la *p-value* obtenue, et la décision prise quant au statut de la série.

<sup>1</sup>Les ordres d'intégration supérieurs ou égaux à 2 n'apparaissent pas dans les données étudiées.

<sup>2</sup>En utilisant les fonctions `pp.test()` et `kpss.test()` du paquet `tseries` de R.

TAB. 2.1 – Résultats des tests de stationnarité

Commodité	Test PP		Test KPSS		Stationnaire ?
	Retards	<i>p-value</i>	Retards	<i>p-value</i>	
Bananes	16	< 0.01	13	0.09	Oui
Cacao	18	0.29	16	< 0.01	Non
Café	18	0.25	16	< 0.01	Non
Coton	18	0.09	16	< 0.01	Non
Riz	18	0.13	16	< 0.01	Non

Ainsi, sur les cinq commodités, seule la banane apparaît comme stationnaire.

Dans la littérature, le test KPSS ne semble jamais utilisé ; il permet ici de confirmer le résultat du test PP, car il est connu que ce dernier a une faible puissance. Par ailleurs, les quatre séries non stationnaires deviennent stationnaires après différenciation (résultats non montrés), ce qui permet d'affirmer qu'elles sont bien modélisables par des processus stationnaires en différence.

Par comparaison, Swaray (2002), qui utilise quasiment les mêmes données, trouve les mêmes résultats (sauf pour le riz qu'il n'étudie pas). Cuddington (1992) trouve les mêmes résultats pour le riz et le cacao, mais des résultats opposés pour les bananes, le café et le coton ; il utilise cependant des données assez différentes (annuelles, et sur la période 1900-1983), et se base sur un test du type Dickey-Fuller, connu pour être moins fiable que le test PP.

Une amélioration pourrait cependant être apportée aux tests ci-dessus : celle d'autoriser des ruptures de tendance et/ou de moyenne. En effet, les tests de stationnarité ont du mal à distinguer entre un processus réellement non stationnaire, et un processus stationnaire autour d'une tendance brisée. Ainsi, en autorisant deux ruptures, Kellard et Wohar (2002) trouvent que les cinq commodités sont stationnaires. Comme notre échantillon est environ deux fois plus court que le leur, l'inclusion d'éventuelles ruptures est ici moins importante ; il s'agit cependant d'une direction à explorer pour une amélioration du présent travail.

## 2.2 Modélisation ARIMA

Une fois déterminé l'ordre d'intégration des séries, il est maintenant possible d'estimer un modèle ARIMA, soit stationnaire autour d'une tendance déterministe, soit stationnaire en différence. La modélisation ARIMA est par exemple utilisée par Cuddington (1992), Reinhart et Wickham (1994), et Kellard et Wohar (2002). Comme les données ici utilisées sont mensuelles, contrairement aux trois papiers précités, une partie saisonnière (de période 12) est incorporée dans le modèle.

Une amélioration possible serait d'utiliser des modèles de type GARCH, comme dans Swaray (2002) ; cela n'a pas été fait pour des raisons de simplicité.

Formellement, si  $p_t$  sont les prix mensuels réels, on choisit le modèle suivant si  $\ln p_t$  est stationnaire :

$$\ln p_t = \mu + \frac{\beta}{12}t + e_t \quad (2.1)$$

Ou, si  $\ln p_t$  est stationnaire en différence :

$$\Delta \ln p_t = \frac{\beta}{12} + e_t \quad (2.2)$$

Le terme d'erreur  $e_t$  est supposé stationnaire, centré, et modélisé par un processus ARMA saisonnier<sup>3</sup> :

$$\Phi(L)\Phi_S(L^S)e_t = \Theta(L)\Theta_S(L^S)\varepsilon_t \quad (2.3)$$

où  $L$  est l'opérateur retard,  $\varepsilon_t$  est un bruit blanc,  $S = 12$  est la période de saisonnalité,  $\Phi$  est le polynôme autorégressif d'ordre  $p$ ,  $\Theta$  est le polynôme moyenne mobile d'ordre  $q$ , et  $\Phi_S$  et  $\Theta_S$  sont leurs contreparties saisonnières d'ordres respectifs  $P$  et  $Q$ .

Dans les deux équations (2.1) et (2.2), le scalaire  $\beta$  représente la tendance linéaire déterministe et annuelle.

<sup>3</sup>Voir Gouriéroux et Monfort (1995, p. 205) pour une introduction aux modèles ARMA saisonniers.

TAB. 2.2 – Modèles ARIMA estimés

Commodité	Stat. ?	$N$	Tendance ( $\beta$ )	$p$	$q$	$P$	$Q$	$\sigma^2$	Q(24)
Bananes	Oui	348	$-0.77 \cdot 10^{-2}$ ( $0.52 \cdot 10^{-2}$ )	1	12	1	1	$20.1 \cdot 10^{-3}$	6.5 ( $> 0.99$ )
Cacao	Non	564	$-0.75 \cdot 10^{-2}$ ( $4.18 \cdot 10^{-2}$ )	0	1	0	0	$4.07 \cdot 10^{-3}$	13.1 (0.965)
Café	Non	564	$-33.5 \cdot 10^{-2}$ ( $46.3 \cdot 10^{-2}$ )	7	5	0	0	$4.46 \cdot 10^{-3}$	15 (0.92)
Coton	Non	564	$-1.83 \cdot 10^{-2}$ ( $1.52 \cdot 10^{-2}$ )	13	2	1	0	$1.22 \cdot 10^{-3}$	4.9 ( $> 0.99$ )
Riz	Non	564	$-2.24 \cdot 10^{-2}$ ( $3.51 \cdot 10^{-2}$ )	3	6	0	1	$2.65 \cdot 10^{-3}$	28.1 (0.254)

L'estimation a été faite par maximum de vraisemblance<sup>4</sup>. Le quadruplet  $(p, q, P, Q)$  a été sélectionné sous certaines contraintes<sup>5</sup>, en utilisant le critère d'information d'Akaike (qui permet de trouver un compromis judicieux entre le pouvoir explicatif du modèle et le nombre de paramètres utilisés).

Les résultats sont présentés dans le tableau 2.2. Y sont donnés le type de modèle utilisé (stationnaire en niveau ou en différence), le nombre d'observations, la tendance déterministe annuelle (avec l'écart type associé), les quatre ordres, la variance empirique des résidus ( $\sigma^2$ ), et enfin la statistique Box-Pierce Q(24) calculée sur les résidus de l'estimation, avec la  $p$ -value associée<sup>6</sup>. Les coefficients estimés pour les polynômes sont, quant à eux, donnés en annexe B.

On peut remarquer que la saisonnalité apparaît pour trois commodités (bananes, coton et riz). Par ailleurs, les modèles semblent appropriés, au vu des statistiques Box-Pierce<sup>7</sup>. De plus, pour les quatre commodités non stationnaires, le polynôme moyenne mobile estimé n'admet pas de racine unité, ce qui écarte le risque de sur-différenciation<sup>8</sup>. On peut aussi remarquer que, de façon surprenante, le meilleur modèle pour le cacao est un simple MA(1) en différence.

Enfin, aucune des cinq commodités n'apparaît avoir de tendance déterministe (aucun des coefficients  $\beta$  n'est significatif, bien qu'ils soient tous négatifs); il est toutefois important de se rappeler que l'échantillon ici utilisé ne commence qu'en 1957, et que donc ce résultat n'est pas valable pour tout le XX<sup>e</sup> siècle. La question de la tendance de long terme des prix des commodités est étudiée dans la section suivante; cette discussion est placée à cet endroit, car les enjeux économétriques y sont déterminants.

<sup>4</sup>Avec la fonction `arima0()` du paquet `stats` de R.

<sup>5</sup>À cause des limitations en puissance de calcul, la recherche s'est limitée aux quadruplets vérifiant  $(p+q \leq 21$  et  $P=Q=0$ ),  $(p+q \leq 15$  et  $P+Q=1$ ),  $(p+q \leq 9$  et  $P+Q=2$ ), ou  $(p+q \leq 6$  et  $P+Q=3$ ). Tester des ordres plus grands pour la partie saisonnière aurait été trop coûteux, à la fois en puissance de calcul et en efficacité de l'estimation.

<sup>6</sup>Cette statistique permet de vérifier que les résidus de l'estimation forment bien un bruit blanc. Sous l'hypothèse nulle que les résidus ne sont pas autocorrélés (jusqu'à l'ordre 24), cette statistique suit une distribution du  $\chi^2$  à 24 degrés de liberté.

<sup>7</sup>Le riz est moins bien modélisé que les autres, mais le test ne rejette pas l'hypothèse nulle de bruit blanc pour les résidus.

<sup>8</sup>Le cas du riz est limite, avec un polynôme moyenne mobile valant 0.0132 en 1. Peut-être cela est-il lié à la remarque de la note 7.

## 2.3 Tendance de long terme et débat sur la diversification

L'étude des tendances de long terme des prix des matières premières a fait l'objet d'une grande attention dans la littérature. L'hypothèse la plus discutée est celle connue sous le nom d'hypothèse de Prebisch et Singer (1950), selon laquelle les prix des matières premières subissent un déclin continu par rapport à ceux des biens manufacturés. C'est cette hypothèse qui a conduit certains économistes à recommander aux pays producteurs de matières premières de se diversifier vers des produits manufacturés, faute de quoi ils subiraient sur le long terme une forte détérioration de leurs termes de l'échange.

Dans la littérature, les tests empiriques de cette hypothèse donnent des résultats contradictoires. En effet, si on estime un simple modèle stationnaire avec une tendance log-linéaire, une tendance à la baisse apparaît clairement. Ainsi, Cashin et McDermott (2002) trouvent une baisse moyenne de 1.3% par an sur la période 1862-1999 de leur indice de prix déflatés des commodités industrielles (et la baisse semble légèrement plus forte après 1920).

Cependant, dès lors qu'on tient compte de la possibilité que les séries de prix soient non stationnaires, et présentent éventuellement une rupture dans certains paramètres, les choses deviennent beaucoup moins claires. Par exemple, Cuddington (1992), qui étudie 26 commodités sur la période 1900-1983, en autorisant la non stationnarité mais pas les ruptures, trouve que seulement cinq d'entre elles ont une tendance décroissante significative sur le long terme, et rejette donc l'hypothèse Prebisch-Singer. De même Kellard et Wohar (2002), qui autorisent deux ruptures, trouvent peu d'éléments en faveur de cette hypothèse. À l'inverse, Reinhart et Wickham (1994), en utilisant des données plus récentes (à partir de 1957) mais agrégées (c'est-à-dire des indices formés de plusieurs commodités), parviennent à la conclusion que les prix subissent un déclin tendanciel, qui s'est récemment renforcé.

Au vu des résultats contradictoires de la littérature, et de la grande sensibilité de ces résultats aux techniques économétriques utilisées, il semble donc difficile de tirer une conclusion définitive sur cette question.

## 2.4 Persistance des chocs et faisabilité de la stabilisation

De façon complémentaire à l'étude des tendances de long terme, il est important d'étudier le comportement cyclique des séries de prix, dont la volatilité fait partie. Ainsi, plusieurs auteurs ont cherché à estimer la persistance des chocs sur les prix des commodités, c'est-à-dire dans quelle mesure les chocs se dissipent sur le long terme. Cette question est particulièrement importante pour l'élaboration des politiques de stabilisation, car plus les chocs sont lents à se dissiper, plus la stabilisation risque d'être coûteuse<sup>9</sup>, comme l'expliquent par exemple Cashin et al. (2000, section 4).

D'un point de vue théorique, si une série est stationnaire, la persistance est nulle : la force de rappel vers la tendance déterministe est dominante. Ainsi, Kellard et Wohar (2002) estiment que la persistance est nulle ou presque pour la plupart des commodités, puisqu'ils trouvent qu'elles sont presque toutes stationnaires.

Inversement, si une série est non stationnaire, les chocs ont un effet permanent ; dans ce cas, la décomposition de Beveridge et Nelson (1981), qui sépare les composantes cyclique et tendancielle d'une série, permet de calculer quel pourcentage du choc va se résorber sur le long terme. Ainsi, avec cette dernière technique, Cuddington (1992) estime que, pour les

---

<sup>9</sup>Cela est surtout vrai si la stabilisation se fait autour d'un prix cible fixe, avec l'idée sous-jacente que les prix sont plus ou moins stationnaires. Pour d'autres schémas de stabilisation, comme celui proposé au chapitre 3, les choses peuvent être différentes.



13 commodités qu'il classe comme non stationnaire, la part permanente des chocs oscille entre 30% et 100% (mais pour les 13 commodités stationnaires, la persistance est nulle). Avec la même méthodologie, Dehn et al. (2004) estiment, sur des indices pays, qu'environ 60% des chocs sont permanents.

Pour sortir de la dichotomie stationnaire/non stationnaire, Cashin et al. (2000) utilisent une autre technique économétrique qui leur permet d'estimer la demi-vie des chocs, c'est-à-dire la durée au bout de laquelle la moitié de l'effet d'un choc a disparu. Sur les 44 commodités qu'ils étudient, la demi-vie médiane est de 4 ans, allant de 2 mois pour la banane, à une demi-vie infinie pour 10 commodités (pour lesquelles les chocs sont donc permanents).

Les résultats sont donc ici aussi très variables, mais tous les auteurs s'accordent à dire que la persistance est quand même substantielle. Il n'y a cependant pas consensus sur l'ampleur de la marge de manœuvre disponible pour la stabilisation. Certains, comme Deaton et Miller (1995), pensent que la stabilisation est impossible et contre-productive ; d'autres, comme Dehn et al. (2004) pensent qu'elle est possible, et que les pays exportateurs devraient simultanément développer des stratégies pour se protéger contre la volatilité, et diversifier leurs sources de revenus d'exportation.

## Chapitre 3

# Fonds de stabilisation autour d'une moyenne mobile

Dans ce chapitre, on étudie un schéma de stabilisation des prix des commodités autour d'une cible définie par une moyenne mobile. On cherche à étudier le coût et la pertinence d'un tel mécanisme, en utilisant plusieurs approches complémentaires.

### 3.1 Présentation et motivation

Formellement, pour une commodité donnée, si  $p_t$  est la série temporelle des prix<sup>1</sup>, la cible autour de laquelle se fait la stabilisation est donnée par :

$$p_t^* = \frac{1}{n} \sum_{s=0}^{n-1} p_{t-d-s} \quad (3.1)$$

où  $n$  est le nombre de périodes sur lesquelles est calculée la moyenne mobile, et  $d$  est le délai (ou latence).

Pour avoir une intuition visuelle, on peut se reporter aux graphiques de l'appendice A.2, où figurent les moyennes mobiles sur 2, 5 et 10 ans, avec une latence d'un an (en d'autres termes, comme la périodicité des données est mensuelle, on a  $n \in \{24, 60, 120\}$  et  $d = 1$ ).

On suppose que la stabilisation se fait par le biais d'un fonds, initialement doté d'un montant  $F_0 > 0$  (en période  $t = 0$ ). Lorsque les prix  $p_t$  sont inférieurs à leur moyenne mobile  $p_t^*$ , on suppose que la somme  $q_t(p_t^* - p_t)$  est prélevée sur le fonds (où  $q_t$  est la quantité physique sur laquelle porte la garantie), et versée au destinataire de la stabilisation (par exemple un pays exportateur). Inversement, si  $p_t > p_t^*$ , on suppose que le fonds est crédité via une contribution du destinataire.

Pour le moment, on suppose que la quantité physique assurée  $q_t$  est constante ; cela permet de se concentrer sur les phénomènes liés aux prix, et conduit à des résultats théoriques simples. Cette hypothèse sera discutée et remise en question dans la section 3.4.

Dans ce cadre, on normalise  $q_t$  à l'unité, sans perte de généralité. Ainsi, pour  $t \geq 1$ , le fonds évolue selon la règle suivante :

$$F_t = (1 + r)F_{t-1} + (p_t - p_t^*) \quad (3.2)$$

---

<sup>1</sup>On suppose la série donnée pour  $t \geq 0$ . Lorsque cela sera nécessaire, on fera l'hypothèse que  $p_t = p_0$  pour  $t < 0$ .

On suppose qu'il est rémunéré au taux d'intérêt réel  $r$ , constant dans le temps. On définit le facteur d'actualisation par :  $R = \frac{1}{1+r}$ .

Par rapport aux systèmes de stabilisation ayant déjà été mis en place, et qui ont tous plus ou moins échoué, l'innovation du système ici proposé est la nature mobile de la cible de stabilisation. En effet, la pratique a généralement été de chercher à stabiliser les prix autour d'un objectif de long terme, fixe, avec l'idée sous-jacente que les prix sont stationnaires. Ceci conduit à des déséquilibres financiers insoutenables pour les organismes chargés de cette stabilisation. En effet, comme on l'a vu en section 2.4, les chocs ont peu tendance à se résorber, et les prix restent durablement au-dessous ou au-dessus de la cible de long terme ; ainsi, en cas de choc négatif, l'organisme stabilisateur fait rapidement faillite, tandis qu'en cas de choc positif, il devient tellement riche que la tentation de l'exproprier devient trop forte. De ce fait, de nombreux auteurs sont assez pessimistes quant à la possibilité d'une stabilisation, comme par exemple Deaton et Miller (1995, p. 26), qui recommandent de traiter la plupart des variations de prix comme si elles étaient permanentes, et de procéder rapidement à l'ajustement adéquat.

L'intérêt de stabiliser autour d'une moyenne mobile est que cela offre un compromis entre la volonté de stabiliser, et la nécessité de l'ajustement. En effet, la moyenne mobile permet de diminuer la volatilité (autant la variabilité que l'incertitude<sup>2</sup>), et en même temps elle s'adapte mécaniquement aux tendances de long terme du marché. Avec un tel mécanisme, les agents subissent moins de fluctuations de prix (en particulier ils sont totalement protégés des fluctuations à haute fréquence), et disposent de plus de temps pour procéder aux ajustements nécessaires. De plus, ce mécanisme a davantage de chances d'être financièrement viable que ceux à cible fixe, car il ne peut jamais avoir de déséquilibre structurel. Enfin, comme le fonctionnement du schéma est totalement automatique et régi par une règle clairement définie, les déboursements du fonds peuvent s'effectuer rapidement après un choc négatif, ce qui permet d'éviter les lenteurs des schémas de financement compensatoire évoquées en section 1.3.

Il y aurait différentes façons d'implémenter le fonds de stabilisation proposé : ce pourrait être un fonds mondial, doté par les organisations internationales, et destiné à tous les pays exportateurs souhaitant adhérer au mécanisme ; ce fonds pourrait également être mis en place à une échelle nationale par un pays souhaitant s'assurer lui-même ; ou encore à un niveau plus petit, par exemple celui d'une coopérative agricole. De plus, bien que le mécanisme soit ici présenté sous la forme d'un fonds de stabilisation, il pourrait être utilisé de façon différente, en gardant le même formalisme mathématique. Ainsi, il pourrait servir à moduler l'aide publique au développement, de façon à ce qu'elle soit plus grande en période de prix bas, et plus petite en période de prix hauts. Ou encore il pourrait servir à moduler les remboursements sur la dette ; sur ce dernier point, Gibert et Tabova (2004) étudient un mécanisme très proche, bien que pas tout à fait identique, pour moduler les remboursements sur la dette concessionnelle, et parviennent à des conclusions assez mitigées : ils pensent que les remboursements sur la dette n'offrent pas le meilleur canal pour stabiliser les revenus d'exportation. Par ailleurs, ils soulèvent certains problèmes inhérents à ce type de schémas de stabilisation ; nous y reviendrons en section 3.4.

---

<sup>2</sup>Techniquement, l'incertitude est mesurée par l'écart type de l'innovation d'un processus, c'est-à-dire par  $\sigma$  où  $p_t - \mathbb{E}_{t-1}(p_t) = \varepsilon_t$  et  $\mathbb{V}(\varepsilon_t) = \sigma^2$ . Si on définit  $p_t^*$  comme dans l'équation (3.1), il apparaît que son innovation est nulle dès que  $d \geq 1$  (on a  $\mathbb{E}_{t-1}(p_t^*) = p_t^*$ ), et que donc l'incertitude est nulle à un horizon d'un an. Les prix stabilisés sont en fait entièrement connus  $d$  périodes à l'avance, soit  $\mathbb{E}_{t-d}(p_t^*) = p_t^*$ . On a même  $\mathbb{V}(p_t^* - \mathbb{E}_{t-d-1}(p_t^*)) = \frac{1}{n^2} \sigma^2$ .

## 3.2 Résultats théoriques

### 3.2.1 Au sujet du filtre moyenne mobile

On note  $L$  l'opérateur retard, défini par  $Lp_t = p_{t-1}$ , et  $\Delta = 1 - L$  l'opérateur de différenciation. Le polynôme en  $L$  définissant la moyenne mobile est :

$$M_{n,d}(L) = \frac{1}{n} L^d \sum_{s=0}^{n-1} L^s$$

De telle sorte que :

$$p_t^* = M_{n,d}(L)p_t$$

Du point de vue de la stabilisation,  $n$  est une mesure de l'intensité du lissage, tandis que  $d$  est une mesure de l'horizon de prédictibilité donné aux prix stabilisés  $p_t^*$ .

Comme  $M_{n,d}(1) = 1$  (ce qui, en particulier, implique que le filtre moyenne mobile préserve les constantes et les tendances linéaires), le polynôme peut être factorisé de la façon suivante :

$$M_{n,d}(L) = 1 - (1 - L)K_{n,d}(L) \tag{3.3}$$

où  $K_{n,d}(L)$  est un polynôme en  $L$  de degré  $n+d-2$  (voir l'appendice C pour son expression algébrique, et quelques résultats connexes).

Dans la suite, on va voir que le scalaire  $K_{n,d}(R)$  peut être interprété comme une mesure du coût du schéma de stabilisation. Notamment,  $K_{n,d}(R)$  est croissant en  $n$  et  $d$ , et décroissant en  $r$ .

### 3.2.2 Une condition suffisante pour l'équilibre financier permanent

**Proposition 1.** *Si  $F_0 \geq R \cdot K_{n,d}(R) \cdot p_0$ , et si les prix sont positifs ( $\forall t, p_t \geq 0$ ), alors le fonds est toujours positif, c'est-à-dire  $\forall t \geq 0, F_t \geq 0$ .*

*Démonstration.* Voir l'appendice D. □

Le tableau 3.1 donne les valeurs de la quantité  $R \cdot K_{n,d}(R)$ , pour différentes valeurs de  $n$  et  $r$  (et pour  $d = 1$ ). Par exemple, en supposant que le fonds est rémunéré à un taux annuel de 5%, que la stabilisation est faite avec une moyenne mobile sur 5 ans, et qu'on cherche à stabiliser l'ensemble des exportations mondiales d'une commodité donnée, alors une dotation initiale du fonds égale à 2.68 fois la valeur annuelle des exportations mondiales<sup>3</sup> est suffisante pour garantir que le fonds sera indéfiniment solvable. Pour avoir des ordres de grandeur, on peut consulter la colonne 5 du tableau 1.1 : par exemple, il faudrait une dotation ponctuelle de  $2.68 \times 3438 = 9214$  millions de dollars US pour stabiliser la banane autour d'une moyenne mobile à 5 ans (et avec un taux d'intérêt de 5%).

Cependant, la condition de la proposition 1, bien que suffisante, n'est nécessaire que si  $p_t$  devient nul à la période  $t = 1$  et reste nul par la suite, ce qui est un événement quasi impossible. On peut donc trouver des conditions moins exigeantes (c'est-à-dire demandant un  $F_0$  plus petit), qui sont valables à un certain niveau de probabilité ; c'est l'objet des sections suivantes.

D'une manière similaire, la proposition ci-dessous définit un seuil mobile, dont la propriété est que, si jamais il est atteint, le fonds ne devient jamais négatif par la suite.

<sup>3</sup>En effet, le terme  $p_0$  de la proposition 1 est ici assimilable à la valeur des exportations mondiales, étant donné qu'on a normalisé la quantité physique à 1.

TAB. 3.1 – Valeurs de  $R \cdot K_{n,d}(R)$ , pour  $d = 1$

$(r, n)^a$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0%	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00	3.50	4.00	4.50	5.00	5.50
1%	0.99	1.48	1.97	2.45	2.93	3.41	3.88	4.35	4.82	5.29
2%	0.98	1.46	1.94	2.40	2.87	3.32	3.77	4.22	4.65	5.09
3%	0.97	1.44	1.90	2.36	2.80	3.24	3.67	4.08	4.50	4.90
4%	0.96	1.42	1.87	2.31	2.74	3.16	3.56	3.96	4.35	4.72
5%	0.95	1.41	1.85	2.27	2.68	3.08	3.47	3.84	4.20	4.56

<sup>a</sup> $r$  varie en ligne, et  $n$  en colonne.

**Proposition 2.** Soit  $t \geq 0$  une date donnée. Si :

$$F_t \geq R \cdot K_{n,d}(R) \cdot p_t - K_{n,d}(R \cdot L)D_t$$

où :

$$\begin{cases} D_t = 0 \\ D_{t-j} = \sum_{s=0}^{j-1} R^{-s}(p_{t-s} - p_{t-s-1}) \quad \text{pour } j \geq 1 \end{cases}$$

et si les prix sont positifs ( $\forall t' \geq t, p_{t'} \geq 0$ ), alors le fonds reste toujours positif par la suite, c'est-à-dire  $\forall t' \geq t, F_{t'} \geq 0$ .

*Démonstration.* Voir l'appendice D. □

Dans cette dernière proposition, le terme  $R \cdot K_{n,d}(R) \cdot p_t$  joue le même rôle que  $R \cdot K_{n,d}(R) \cdot p_0$  dans la proposition 1, et est plus important que le second terme qui est un terme d'ajustement (dû à la latence de la moyenne mobile).

### 3.2.3 Comportement asymptotique

Dans cette section, on regarde le comportement asymptotique du fonds  $F_t$ , lorsque  $p_t$  est supposé suivre une marche aléatoire exponentielle.

On suppose donc que :

$$\Delta \ln p_t = \varepsilon_t$$

où  $\varepsilon_t$  est un bruit blanc fort, de variance  $\sigma^2$ .

**Proposition 3.** Sous ces hypothèses, si  $\ln(1 + r) > \sigma^2$ , alors :

$$\underset{t \rightarrow +\infty}{\text{plim}} R^t F^t = F_0 - R \cdot K_{n,d}(R) \cdot p_0 + X$$

où  $X$  est une variable aléatoire positive, telle que  $\mathbb{E}(X) = (1 - R) \cdot K_{n,d}(R) \cdot p_0 \frac{Re^{\frac{\sigma^2}{2}}}{1 - Re^{\frac{\sigma^2}{2}}}$ .

De plus, la distribution de  $X$  peut être bien approchée par une distribution gamma réciproque.

*Démonstration.* Voir l'appendice D. On y donne également les expressions du moment d'ordre 2 de  $X$ , et des paramètres de la loi gamma réciproque. □

Ce résultat permet, pour un  $F_0$  donné, de calculer la probabilité de faillite du fonds à horizon infini.

Cependant, l'hypothèse d'une marche aléatoire exponentielle est trop restrictive. Dans le cadre de recherches ultérieures, il serait nécessaire d'étendre ces calculs à d'autres types de processus, à savoir  $\ln p_t$  stationnaire, et  $\Delta \ln p_t$  stationnaire (et pas seulement bruit blanc comme ici) : l'ensemble des modèles estimés au chapitre 2 serait ainsi couvert. Il serait également intéressant d'étudier ce qui se passe à un horizon fini.

### 3.3 Simulations Monte-Carlo

Les calculs théoriques étant, à ce stade, insatisfaisants, il a été procédé à des simulations Monte-Carlo<sup>4</sup>, sur la base des modèles estimés au chapitre 2. Avec un nombre suffisant de tirages, cela permet d'avoir une approximation de l'ensemble des évolutions possibles des prix, et donc du comportement du fonds de stabilisation<sup>5</sup>.

De nombreux paramètres entrent en jeu dans les simulations. Les plus importants sont  $n$  (le nombre d'années sur lesquelles sont calculées les moyennes mobiles),  $r$  (le taux d'intérêt réel annuel), et  $F_0$  (la dotation initiale du fonds). Les autres sont  $d$  (la latence de la moyenne mobile), et  $h$  (le nombre d'années simulées). Dans la suite, on suppose que  $d = 1$  et  $h = 50$ ; comme le point de départ est 2003, cela signifie que les simulations sont faites jusqu'en 2053.

Pour chacune des cinq commodités, il a été procédé à 100 000 simulations sur 50 ans, avec à chaque fois le calcul du comportement du fonds.

Dans les deux sous-sections suivantes, on calcule quelle dotation initiale est nécessaire pour que le fonds reste constamment positif au cours des 50 années de simulation.

Formellement, on veut que  $\forall 0 \leq t \leq h, F_t \geq 0$ . Pour un tirage donné de  $p_t$ , la dotation initiale minimale vérifiant cette condition est<sup>6</sup> :

$$F_0^{min} = - \min_{0 \leq t \leq h} \left[ \sum_{s=1}^t R^s (p_s - p_s^*) \right]$$

C'est donc le comportement de cette statistique qui est étudié dans les sous-sections 3.3.1 et 3.3.2.

#### 3.3.1 Avec $n$ et $r$ constants

La table 3.2 donne des résultats sur la fonction de répartition de la statistique  $F_0^{min}$ , pour chacune des commodités. Les calculs ont été faits avec  $n = 5$  (moyenne mobile sur 5 ans) et  $r = 5\%$ . La première colonne donne la probabilité que la statistique soit nulle. Les quatre colonnes suivantes donnent les quantiles à 50, 90, 95 et 99%; dans chaque case, la

<sup>4</sup>Au sujet de la périodicité des séries : les modèles utilisés pour les simulations sont à périodicité mensuelle, mais il est plus logique de simuler le fonds sur une périodicité annuelle. Autrement dit, l'indice  $t$  désigne des mois dans les équations (2.1) et (2.2), alors qu'il désigne des années dans l'équation (3.2). Les séries de prix ont donc été simulées sur une périodicité mensuelle, et ensuite transformées en séries annuelles en extrayant les données pour le mois de juillet, en commençant par l'année 2003. Par la suite, tous les indices de temps seront annuels.

<sup>5</sup>Lors du calcul des moyennes mobiles  $p_t^*$  pour de petites valeurs de l'indice  $t$ , il a été supposé que  $p_{t'} = p_0$  pour  $t' < 0$ .

<sup>6</sup>En remarquant que :

$$R^t F_t = F_0 + \sum_{s=1}^t R^s (p_s - p_s^*)$$

TAB. 3.2 – Simulations de coût (méthode Monte-Carlo)

Commodité	Coût nul	50%	90%	95%	99%	100%
Bananes	16.6%	0.42	1.22	1.50	2.08	2.68
		[2343M\$]	[6763M\$]	[8285M\$]	[11515M\$]	[14862M\$]
Cacao	19.7%	0.78	1.81	1.97	2.20	2.68
		[3424M\$]	[7937M\$]	[8661M\$]	[9639M\$]	[11767M\$]
Café	14.4%	1.13	2.01	2.14	2.31	2.68
		[5465M\$]	[9682M\$]	[10327M\$]	[11146M\$]	[12931M\$]
Coton	9.8%	0.74	1.35	1.48	1.69	2.68
		[3151M\$]	[5736M\$]	[6308M\$]	[7195M\$]	[11394M\$]
Riz	14.3%	0.94	1.80	1.95	2.15	2.68
		[3734M\$]	[7157M\$]	[7736M\$]	[8550M\$]	[10647M\$]

Paramètres : horizon à 50 ans, moyenne mobile sur 5 ans, et taux d'intérêt annuel de 5%. La première colonne donne la probabilité que le coût soit nul ; les colonnes suivantes étudient le coût pour différentes probabilités de solvabilité. Les chiffres du haut de chaque case s'interprètent comme une fraction des exportations annuelles, et les chiffres entre crochets comme un coût à l'échelle mondiale, en millions de dollars US de 2003.

valeur du haut est le quantile de la statistique  $F_0^{min}$  divisée par un prix de référence<sup>7</sup>, et la valeur du bas est le quantile de la statistique  $q \cdot F_0^{min}$ , où  $q$  est la quantité physique donnée dans la table 1.1. Enfin, la dernière colonne donne la borne supérieure de la proposition 1, exprimée en fraction de la valeur annuelle et en millions de dollars.

Par exemple, pour le cacao, la table s'interprète comme suit :

- Première colonne : avec une probabilité de 19.7%, le fonds reste positif pendant les 50 années, sans qu'il soit besoin de faire une dotation initiale ( $F_0 = 0$ ).
- Troisième colonne : avec une dotation initiale égale à 1.81 fois la valeur annuelle des exportations (soit 7937 M\$ au niveau mondial), il y a 90% de chances que le fonds reste toujours positif. Les deuxième, quatrième et cinquième colonnes s'interprètent de façon analogue, pour des probabilités différentes.
- Dernière colonne : avec une dotation initiale égale à 2.68 fois la valeur annuelle des exportations (soit 11767 M\$ au niveau mondial), le fonds restera toujours positif de façon certaine, même à un horizon infini.

L'ordre de grandeur à retenir est donc que, pour une moyenne mobile sur 5 ans, et un taux à 5%, il faut une mise initiale située entre une et deux années d'exportations pour que le fonds soit solvable sur 50 ans, à une probabilité de 90%.

### 3.3.2 En faisant varier $n$ et $r$

Les tables 3.3 (pour le cacao) et 3.4 (pour les bananes) donnent les résultats de calculs similaires, en faisant cette fois varier  $r$  et  $n$ , et ce pour le niveau de probabilité 90%. Les conventions sont les mêmes que ci-avant.

<sup>7</sup>Pour les commodités modélisées comme non stationnaires, le prix de référence est la valeur  $p_0$  utilisée dans les simulations, à savoir celle qui est en colonne de la table 1.1. Pour la commodité stationnaire (la banane),  $p_0$  est différent pour chaque simulation ; le prix de référence utilisé est alors la composante déterministe (le  $\mu + \beta t$  de l'équation (2.1)) estimée en juillet 2003, qui est de 479.54\$, soit une valeur annuelle de 5563 M\$.

TAB. 3.3 – Simulations de coût pour le cacao (méthode Monte-Carlo)

$(r, n)^a$	1	2	4	5	10
0%	0.97 [4254M\$]	1.45 [6363M\$]	2.41 [10560M\$]	2.88 [12647M\$]	5.24 [22974M\$]
1%	0.86 [3764M\$]	1.28 [5606M\$]	2.10 [9233M\$]	2.51 [11020M\$]	4.49 [19682M\$]
2%	0.79 [3453M\$]	1.17 [5122M\$]	1.91 [8371M\$]	2.27 [9955M\$]	3.99 [17488M\$]
3%	0.73 [3222M\$]	1.08 [4757M\$]	1.76 [7713M\$]	2.08 [9140M\$]	3.60 [15775M\$]
4%	0.69 [3039M\$]	1.02 [4466M\$]	1.64 [7189M\$]	1.93 [8486M\$]	3.28 [14395M\$]
5%	0.66 [2887M\$]	0.96 [4225M\$]	1.54 [6748M\$]	1.81 [7937M\$]	3.02 [13259M\$]

Paramètres : horizon à 50 ans, probabilité de solvabilité de 90%. Les chiffres du haut de chaque case s'interprètent comme une fraction des exportations annuelles, et les chiffres entre crochets comme un coût à l'échelle mondiale, en millions de dollars US de 2003.

<sup>a</sup> $r$  varie en ligne, et  $n$  en colonne.

TAB. 3.4 – Simulations de coût pour les bananes (méthode Monte-Carlo)

$(r, n)^a$	1	2	4	5	10
0%	0.83 [4596M\$]	1.18 [6536M\$]	1.84 [10197M\$]	2.16 [11961M\$]	3.66 [20296M\$]
1%	0.70 [3859M\$]	0.99 [5493M\$]	1.55 [8584M\$]	1.82 [10068M\$]	3.09 [17104M\$]
2%	0.62 [3420M\$]	0.87 [4842M\$]	1.36 [7515M\$]	1.59 [8800M\$]	2.68 [14844M\$]
3%	0.57 [3158M\$]	0.80 [4421M\$]	1.22 [6773M\$]	1.43 [7902M\$]	2.37 [13138M\$]
4%	0.54 [2985M\$]	0.75 [4136M\$]	1.13 [6247M\$]	1.31 [7255M\$]	2.14 [11853M\$]
5%	0.51 [2853M\$]	0.71 [3921M\$]	1.06 [5860M\$]	1.22 [6763M\$]	1.96 [10851M\$]

Paramètres : horizon à 50 ans, probabilité de solvabilité de 90%. Les chiffres du haut de chaque case s'interprètent comme une fraction des exportations annuelles, et les chiffres entre crochets comme un coût à l'échelle mondiale, en millions de dollars US de 2003.

<sup>a</sup> $r$  varie en ligne, et  $n$  en colonne.



On peut remarquer que les sommes nécessaires sont croissantes en  $n$ , et décroissantes en  $r$ . En gros, le coût est multiplié par un facteur légèrement inférieur à 2 lorsque le taux passe de 5% à 0. Le même facteur 2 s'applique lorsqu'on utilise une moyenne mobile sur 10 ans au lieu de 5.

### 3.3.3 Autre mode de calcul du coût

Les chiffres qui ont été donnés ci-dessus ont un intérêt avant tout pratique : pour une probabilité de faillite donnée, ils indiquent combien les bailleurs du fonds doivent déboursier à  $t = 0$ , en supposant qu'ils ne donnent plus rien par la suite. Ces chiffres sont pertinents pour des décideurs politiques qui voudraient mettre en place un tel fonds.

Mais ces chiffres ne reflètent pas le coût réel de la stabilisation, et en réalité ils le surestiment. En effet, pour une dotation initiale  $F_0$  fixée, et pour une réalisation donnée des prix sur 50 ans, trois cas sont possibles :

- Soit la dotation initiale est insuffisante pour empêcher le fonds de faire faillite avant la fin des 50 années,
- Soit la dotation initiale est suffisante pour empêcher la faillite, mais insuffisante pour que le fonds franchisse à un moment donné le seuil mobile défini à la proposition 2,
- Soit, enfin, le fonds ne fait pas faillite, et de plus il franchit le seuil de la proposition 2. Dans ce dernier cas, les sommes au-dessus du seuil mobile constituent un surplus, qu'il est possible de retirer du fonds, car elles ne sont plus nécessaires pour la stabilisation.

Ainsi, la table 3.5 est un complément à la table 3.2. Par exemple, la case située à la première ligne et à la deuxième colonne signifie : pour les bananes, si on dote initialement le fonds du montant garantissant la solvabilité à 90% (soit 1.22 fois la valeur annuelle des exportations, voir la table 3.2), alors, dans le cas médian, le coût net (c'est-à-dire la mise initiale moins le surplus défini ci-dessus) est égal à 0.47 fois la valeur annuelle des exportations<sup>89</sup>.

Ce qu'on peut retenir de ces chiffres est que, dans le cas médian, le coût net de la stabilisation est beaucoup plus faible qu'indiqué dans la table 3.2. Par exemple, pour obtenir un fonds indéfiniment solvable (dernière colonne), le coût net médian se situe entre 12% et 84% de la valeur annuelle des exportations, selon les commodités.

On remarque que ce coût net ne varie pas vraiment selon qu'on alloue la somme qui garantit la stabilité à 90% ou à 100%. Le coût net est même plus élevé si on n'alloue que la somme nécessaire à une stabilité à 50% : cela vient du fait que dans ce dernier cas, il y a beaucoup de tirages où le fonds fait faillite, ce qui empêche de profiter d'une éventuelle remontée subséquente des prix<sup>10</sup>.

## 3.4 Simulations historiques

Dans cette section, on procède à des simulations historiques, en comparant ce qui s'est passé avec ce qui aurait pu se passer si le mécanisme de stabilisation avait été mis en

<sup>8</sup>Dans les deux premiers des trois cas énoncés ci-dessus, le surplus est supposé nul par convention. Dans le troisième cas, le surplus est calculé au bout des 50 ans de simulations (à  $t = 50$ ), et est ensuite converti en valeur nette présente (à  $t = 0$ ) avec le taux d'intérêt pertinent.

<sup>9</sup>Les valeurs données dans cette table sont des valeurs médianes, et non pas moyennes, car la moyenne est tirée par quelques réalisations extrêmes où les prix explosent en très peu de temps ; les valeurs moyennes donnent des coûts exagérément faibles, et souvent négatifs.

<sup>10</sup>Mathématiquement, cela vient de la non-linéarité introduite par la contrainte de positivité du fonds sur les 50 années.

Tab. 3.5 – Simulations de coût corrigées (méthode Monte-Carlo, valeurs médianes)

Commodité	50%	90%	95%	99%	100%
Bananes	0.42 [2352M\$]	0.47 [2604M\$]	0.47 [2604M\$]	0.47 [2604M\$]	0.47 [2604M\$]
Cacao	0.78 [3424M\$]	0.13 [566M\$]	0.12 [537M\$]	0.12 [527M\$]	0.12 [527M\$]
Café	1.13 [5466M\$]	0.84 [4059M\$]	0.84 [4048M\$]	0.84 [4045M\$]	0.84 [4045M\$]
Coton	0.74 [3151M\$]	0.76 [3221M\$]	0.76 [3221M\$]	0.76 [3221M\$]	0.76 [3221M\$]
Rice	0.94 [3734M\$]	0.71 [2809M\$]	0.71 [2803M\$]	0.71 [2802M\$]	0.71 [2802M\$]

Paramètres : horizon à 50 ans, moyenne mobile sur 5 ans, et taux d'intérêt annuel de 5%. La probabilité de solvabilité du fonds varie en colonne. Les chiffres du haut de chaque case s'interprètent comme une fraction des exportations annuelles, et les chiffres entre crochets comme un coût à l'échelle mondiale, en millions de dollars US de 2003.

place ; cette façon de procéder appelle évidemment quelques réserves, notamment à cause de certaines hypothèses implicites de non causalité (ou d'exogénéité) sur lesquelles elle se fonde.

On a donc choisi plusieurs couples pays/commodités, de façon plutôt informelle, en fonction de la disponibilité des données, et en faisant attention à ce que les commodités choisies forment une part conséquente des exportations des pays associés<sup>11</sup>. Le tableau 3.6 indique les couples retenus, ainsi que le poids de chaque commodité dans les exports totaux des pays. Les données sur les exportations totales proviennent, comme les données de prix internationaux, de la base IFS du FMI ; les données sur les exportations de commodités, en volume et en valeur, proviennent de la base FAOSTAT<sup>12</sup> de l'Organisation des Nations Unies pour l'Alimentation et l'Agriculture.

Les simulations consistent à calculer les transferts nets qui auraient été effectués vers le pays si ce dernier avait été bénéficiaire du mécanisme de stabilisation proposé plus haut ; pour le pays, si  $X_t$  est la série historique des exportations (totales ou de la commodité), on s'intéresse à la série corrigée des transferts du fonds :

$$X_t^* = X_t + q_t(p_t^* - p_t) \quad (3.4)$$

où  $p_t$  est la série historique des prix internationaux de la commodité associée,  $p_t^*$  sa moyenne mobile, et  $q_t$  la série historique des volumes physiques exportés.

Il est important de noter que ce mécanisme diffère un peu de celui étudié dans les sections précédentes. Jusqu'à présent, on avait supposé constante la quantité protégée par le mécanisme, afin de se concentrer sur les effets spécifiques des variations de prix. Pour les simulations historiques sur 30 ou 40 ans, il n'est plus possible de faire cette hypothèse, parce que les volumes exportés varient substantiellement sur cette période, avec bien souvent une forte tendance à la hausse. Il a donc été choisi d'utiliser les quantités effectivement exportées, bien que cela pose plusieurs problèmes :

<sup>11</sup>La seule exception étant les exportations de riz de la Thaïlande. Cette dernière est pourtant le premier exportateur mondial.

<sup>12</sup>Voir <http://faostat.fao.org/>

TAB. 3.6 – Couples pays/commodités retenus pour les simulations historiques

Pays	Commodité	Période	Valeur des exports <sup>a</sup>	% des exports <sup>b</sup>
Bénin	Coton	1961-2002	134 M\$	28.3%
Burkina Faso	Coton	1961-1994 <sup>c</sup>	65 M\$	53.5%
Costa Rica	Bananes	1975-2002	520 M\$	9.3%
Côte d'Ivoire	Cacao (en fèves)	1961-2002	1855 M\$	33.3%
Équateur	Bananes	1975-2002	984 M\$	18.7%
Ghana <sup>d</sup>	Cacao (en fèves)	1961-1998	516 M\$	25.9%
Guatemala	Café (arabica)	1961-2002	275 M\$	11.9%
Honduras	Café (arabica)	1961-2002	192 M\$	14.0%
Thaïlande	Rz	1964-2002	1471 M\$	2.1%

<sup>a</sup>Valeur des exportations de la commodité, et non pas des exportations totales. Calculée la dernière année de l'échantillon, en millions de dollars américains de 2003.

<sup>b</sup>Cette grandeur indique le pourcentage, en valeur, représenté par la commodité sélectionnée, parmi les exportations totales du pays, et ce la dernière année de l'échantillon.

<sup>c</sup>Comme il y a des données manquantes pour les exportations de coton pour 1995-1997, l'échantillon a été tronqué pour garder sa cohérence.

<sup>d</sup>Donnée manquante pour les exportations totales en 1990.

- le mécanisme ne pourrait probablement pas être mis en place de cette façon, car il n'est peut-être pas possible de connaître suffisamment rapidement les volumes exportés, à cause du temps mis pour la collecte des statistiques,
- les calculs des sections précédentes sur le coût du fonds ne sont pas directement applicables, car ils supposent tous une quantité fixe,
- sous certaines conditions, cette façon de procéder peut rendre le mécanisme manipulable par le pays bénéficiaire (voir Fally (2004)).

Les simulations sont faites en valeurs nominales, et les résultats sont ensuite transformés en valeurs réelles en déflatant par l'indice des prix à la production aux États-Unis, avec juillet 2003 comme référence.

Les résultats sont présentés dans le tableau 3.7. Les trois premières colonnes donnent les indices de variabilité calculés sur les exportations de la commodité associée : la colonne "avant" donne la variabilité historique, la colonne "après" donne la variabilité de la série simulée ( $X_t^*$ ), et la troisième colonne donne la différence. Les indices de variabilité sont calculés comme dans la table 1.2, c'est-à-dire avec l'écart type des séries log-différenciées. Les trois colonnes suivantes donnent les mêmes calculs sur les exportations totales. Enfin, la dernière colonne donne le coût de la stabilisation au sens de la section 3.3.1, c'est-à-dire la somme minimale qu'il aurait fallu mettre au début de la période de simulation pour que le fonds ne soit jamais nul pendant la période ; la somme est exprimée en millions de dollars de 2003, en actualisant avec un taux d'intérêt réel de 5%. Par ailleurs, les moyennes mobiles utilisées pour les simulations sont sur 5 ans ( $n = 5$ ).

On constate que les résultats vont exactement à l'encontre de ce que l'on attendait, c'est-à-dire que le mécanisme a augmenté la variabilité des exportations partielles pour tous les pays de l'échantillon, qui plus est de façon importante. Pour trois pays, il a diminué celle des exportations totales, mais de façon clairement fortuite.

Après examen plus précis des données, il apparaît que l'origine principale de ces mauvais résultats est la différence entre les prix effectivement perçus à l'exportation, et les prix internationaux (cette différence est appelée *price basis*). C'est un des obstacles à la

TAB. 3.7 – Simulations historiques - Indices de variabilité

Pays	Exports partiels <sup>a</sup>			Exports totaux			Coût <sup>b</sup>
	Avant	Après	Diff.	Avant	Après	Diff.	
Bénin	0.516	0.526	+0.010	0.643	0.739	+0.096	2 M\$
Burkina Faso	0.458	0.510	+0.052	0.288	0.259	-0.029	1 M\$
Costa Rica	0.120	0.373	+0.252	0.131	0.151	+0.019	0 M\$
Côte d'Ivoire	0.287	0.709	+0.422	0.159	0.141	-0.018	278 M\$
Équateur	0.210	0.466	+0.256	0.118	0.127	+0.009	0 M\$
Ghana	0.247	0.425	+0.178	0.445	0.486	+0.041	1127 M\$
Guatemala	0.253	0.647	+0.394	0.175	0.187	+0.012	400 M\$
Honduras	0.289	0.488	+0.199	0.159	0.171	+0.012	81 M\$
Thaïlande	0.288	0.401	+0.113	0.153	0.150	-0.003	77 M\$

Paramètres : horizon à 50 ans, moyenne mobile sur 5 ans, et taux d'intérêt annuel de 5%.

<sup>a</sup>Calculs ne portant que sur les exportations de la commodité associée.

<sup>b</sup>En millions de dollars américains de 2003.

stabilisation mentionné par Gibert et Tabova (2004). Par ailleurs, cette différence de prix ne devient problématique que si elle n'est pas constante; seules les variations de cette différence sont susceptibles d'introduire une distorsion<sup>13</sup>.

Pour chaque couple pays/commodité, on a donc calculé la série des valeurs unitaires à l'exportation (qu'on note  $v_t$ ), c'est-à-dire le quotient des exportations en valeur par celui des exportations en volume :  $v_t$  est donc le prix moyen perçu par les exportateurs. Le tableau 3.8 donne quelques résultats statistiques sur les relations entre  $p_t$  (le prix international) et  $v_t$ . La première colonne donne leur coefficient de corrélation (ainsi qu'un intervalle de confiance à 95%); ce coefficient est positif et significatif pour tous les pays, à l'exception notable des deux pays exportateurs de bananes (Costa Rica et Équateur). Pour les exportateurs de café et de cacao, la corrélation est très proche de l'unité; elle est un peu moins nette pour les exportateurs de coton. Cela prouve qu'à l'exception des bananes, les évolutions des prix à l'exportation sont tout de même proches de celles des prix internationaux. La deuxième colonne donne le différentiel relatif moyen entre les deux prix : le prix perçu par les exportateurs est en moyenne toujours plus faible que le prix international, et l'écart est plus fort pour le coton et surtout pour la banane. La troisième colonne donne l'écart type du différentiel relatif : il est du même ordre de grandeur que la moyenne, ce qui suggère une forte variabilité de ce différentiel; cela pourrait donc expliquer les mauvais résultats des simulations. Enfin, la dernière colonne donne la corrélation entre les prix internationaux et le différentiel de prix : on constate que cette corrélation est très négative et significative pour tous les pays.

Cette dernière observation donne probablement une des clefs du problème soulevé par les simulations précédentes : la nette corrélation négative suggère que les prix à l'exportation incorporent déjà une certaine protection par rapport aux variations des prix internationaux. Cette protection est peut-être le produit de la négociation entre exportateurs et importateurs. Il serait cependant nécessaire de mener des recherches plus approfondies pour comprendre les mécanismes sous-jacents.

Ainsi, comme les prix à l'exportation semblent déjà incorporer une certaine mesure de

<sup>13</sup>Si elle est constante en valeur absolue, la différence de prix n'introduit aucune distorsion dans le mécanisme, du fait de la linéarité de la moyenne mobile

TAB. 3.8 – Statistiques sur les différentiels de prix

Pays	$\rho(p_t, v_t)$	$\mu(\ln(v_t/p_t))$	$\sigma(\ln(v_t/p_t))$	$\rho(p_t, v_t - p_t)$
Bénin	0.80 [0.65,0.89]	-0.24	0.20	-0.78 [-0.88,-0.63]
Burkina Faso	0.48 [0.17,0.70]	-0.39	0.31	-0.61 [-0.79,-0.34]
Costa Rica	-0.34 [-0.63,0.04]	-0.57	0.15	-0.95 [-0.98,-0.89]
Côte d’Ivoire	0.95 [0.91,0.97]	-0.10	0.13	-0.69 [-0.82,-0.50]
Équateur	0.24 [-0.15,0.56]	-0.79	0.14	-0.88 [-0.94,-0.76]
Ghana	0.88 [0.78,0.94]	-0.05	0.19	-0.58 [-0.76,-0.32]
Guatemala	0.93 [0.88,0.96]	-0.14	0.15	-0.61 [-0.77,-0.38]
Honduras	0.96 [0.92,0.98]	-0.13	0.15	-0.49 [-0.69,-0.22]
Thaïlande	0.96 [0.92,0.98]	-0.08	0.19	-0.85 [-0.92,-0.73]

stabilisation (en tout cas ils se comportent comme tels), le schéma de stabilisation basé sur les prix internationaux a tendance à sur-réagir dans certains cas, et donc à créer un effet déstabilisateur par sa réaction trop violente.

Pour confirmer l’hypothèse selon laquelle le différentiel de prix est à l’origine des mauvais résultats des simulations, il a été procédé à de nouvelles simulations, en utilisant comme prix de référence les prix à l’exportation. Formellement, cela revient à remplacer  $p_t$  par  $v_t$  dans l’équation (3.4). Les résultats de ces nouvelles simulations sont donnés dans le tableau 3.9.

On constate qu’à l’exception de la Thaïlande, la volatilité des exports partiels a diminué pour tous les pays, de façon assez importante en termes relatifs ; de même, la volatilité des exports totaux a diminué pour tous les pays, à l’exception du Bénin.

Ainsi, lorsqu’on utilise le prix effectivement perçu par les exportateurs au lieu du prix international, le mécanisme apporte des gains substantiels en terme de diminution de la variabilité des exports. Cependant, il serait plus difficile de mettre en pratique le mécanisme de cette façon : les prix à l’exportation ne sont connus qu’avec du retard, et ils sont potentiellement manipulables par le pays.

Pour pouvoir appliquer le mécanisme au niveau international, comme on l’a fait dans ces simulations, il faudrait donc trouver un moyen de contourner ce problème. Une idée est peut-être d’utiliser un filtre moyenne mobile différent de la moyenne arithmétique (formellement, de remplacer  $p_t - p_t^*$  par  $Q(L)p_t$ , où  $Q(L)$  est un polynôme s’annulant en 1) ; l’enjeu est alors de trouver le filtre moyenne mobile le plus adéquat (i.e. le meilleur  $Q(L)$ ) en l’estimant sur données historiques, et en espérant qu’il restera performant dans le futur. Cette approche n’a pas été poursuivie, et pourrait faire l’objet d’extensions du présent travail.

Quoi qu’il en soit, le problème soulevé ici ne remet pas en question toutes les utilisations possibles du mécanisme. Il ne se poserait pas dans un cas où les prix sont connus rapidement

Tab. 3.9 – Simulations historiques avec prix à l’export - Indices de variabilité

Pays	Exports partiels <sup>a</sup>			Exports totaux			Coût <sup>b</sup>
	Avant	Après	Diff.	Avant	Après	Diff.	
Bénin	0.516	0.411	-0.106	0.643	1.057	+0.414	6 M\$
Burkina Faso	0.458	0.390	-0.068	0.288	0.246	-0.042	1 M\$
Costa Rica	0.120	0.094	-0.027	0.131	0.130	-0.001	0 M\$
Côte d’Ivoire	0.287	0.254	-0.033	0.159	0.132	-0.027	295 M\$
Équateur	0.210	0.165	-0.045	0.118	0.115	-0.003	0 M\$
Ghana	0.247	0.225	-0.022	0.445	0.436	-0.009	2176 M\$
Guatemala	0.253	0.180	-0.073	0.175	0.160	-0.015	268 M\$
Honduras	0.289	0.237	-0.053	0.159	0.151	-0.008	16 M\$
Thaïlande	0.288	0.333	+0.044	0.153	0.150	-0.003	49 M\$

Paramètres : horizon à 50 ans, moyenne mobile sur 5 ans, et taux d’intérêt annuel de 5%.

<sup>a</sup>Calculs ne portant que sur les exportations de la commodité associée.

<sup>b</sup>En millions de dollars américains de 2003.

et non sujets à manipulation, par exemple pour une coopérative qui s’assurera elle-même.

Par ailleurs, les résultats du tableau 3.9 montrent que, même si la connaissance des prix est parfaite, cela ne suffit pas à stabiliser totalement les revenus d’exportation, et que la variabilité résiduelle est encore importante. Outre les évolutions de prix non filtrées par la moyenne mobile, il reste la variabilité des quantités exportées. Comme souligné par Gibert et Tabova (2004), la variabilité des quantités est généralement aussi importante que celle des prix, et même parfois plus. On touche ici à une limite structurelle du mécanisme de stabilisation proposé dans ce mémoire.

À titre indicatif, on donne en table 3.10 la tendance et l’indice de variabilité pour les quantités exportées par les pays de l’échantillon. Pour tous les pays, sauf le Ghana, les quantités exportées sont en augmentation de plusieurs pourcents par an sur la période ; les pays exportateurs de coton (Bénin et Burkina Faso) affichent même une explosion des exportations. Par ailleurs, les indices de variabilité sont à des niveaux importants, comparables et même parfois supérieurs à ceux du tableau 1.2, ce qui confirme les affirmations de Gilbert et Tabova.

Enfin, les coûts de stabilisation trouvés dans les tableaux 3.7 et 3.9 sont faibles : souvent nuls, ou sinon dans les ordres de grandeur relatifs trouvés dans la section 3.3.1. Le seul coût élevé est pour le Ghana : cela est dû à des chocs négatifs au début de la période de simulation, qui ne sont pas compensés par les chocs positifs suivants, car les volumes exportés par le Ghana ont diminué dans le temps.

## 3.5 Variantes

On examine ci-dessous quelques variantes du fonds de stabilisation étudié dans les sections précédentes.

### 3.5.1 Fonds commun à plusieurs commodités non substituables

On s’intéresse ici à simuler un fonds qui servirait à stabiliser plusieurs commodités en même temps. L’idée est inspirée du principe de l’assurance : en agrégeant plusieurs

TAB. 3.10 – Données sur les quantités exportées

Pays	Tendance $\mu(\Delta \ln q_t)$	Variabilité $\sigma(\Delta \ln q_t)$
Bénin	0.115	0.413
Burkina Faso	0.121	0.352
Costa Rica	0.020	0.082
Côte d’Ivoire	0.059	0.230
Équateur	0.041	0.160
Ghana	-0.009	0.208
Guatemala	0.024	0.148
Honduras	0.062	0.183
Thaïlande	0.031	0.302

risques non corrélés, l’assurance permet de financer les ”mauvais tirages” en prélevant sur les ”bons tirages”. Intuitivement, cette façon de procéder devrait permettre de diminuer le coût de la stabilisation.

Pour espérer pouvoir bénéficier d’un tel procédé, la première chose à faire est de s’assurer que les séries de prix sont peu ou pas corrélées. En effet, dans le cas extrême où tous les prix des commodités seraient parfaitement corrélés, un fonds agrégé n’apporterait aucun bénéfice par rapport à des fonds séparés.

Pour des commodités qui ont un lien entre elles (par exemple, des commodités substituables l’une à l’autre), il existe clairement des corrélations entre leurs séries de prix. Mais certains auteurs ont avancé qu’il existait également une corrélation entre les prix de commodités sans aucun rapport entre elles, et que cette corrélation pouvait être due à des facteurs macroéconomiques (par exemple un effet de demande agrégée via le cycle des affaires), à des effets de taux de change, voire à des comportements irrationnels des acteurs de marché. Cependant, un article récent de Cashin et al. (1999b) montre que de telles corrélations entre commodités non substituables sont largement illusoires, et proviennent d’outils statistiques mal adaptés.

Comme les cinq commodités étudiées jusqu’à présent semblent peu substituables les unes aux autres, on fait à partir d’ici l’hypothèse – probablement un peu excessive – que leurs prix forment des séries parfaitement indépendantes les unes des autres.

Formellement, on simule un fonds régi par l’équation :

$$F_t = (1 + r)F_{t-1} + \sum_{k=1}^5 q^k (p_t^k - p_t^{k*})$$

où  $p_t^1, \dots, p_t^5$  sont les prix des cinq commodités,  $p_t^{1*}, \dots, p_t^{5*}$  leurs moyennes mobiles respectives, et  $q^1, \dots, q^5$  les quantités physiques assurées.

Étant donné la linéarité de la moyenne mobile, cela est parfaitement équivalent à simuler le fonds de l’équation (3.2), où  $p_t$  est remplacé par  $\sum_{k=1}^5 q^k p_t^k$ .

La table 3.11 rapporte les résultats des simulations, où le mode de calcul du coût est le même que celui de la section 3.3.2.

Les valeurs obtenues sont clairement plus faibles que dans les sections 3.3.1 et 3.3.2, d’un facteur situé entre 1.5 et 2.5 selon les commodités.

Il semble donc y avoir un gain substantiel à l’agrégation de plusieurs commodités dans

TAB. 3.11 – Simulations de coût pour un fonds commun aux cinq commodités (méthode Monte-Carlo)

$(r, n)^a$	1	2	4	5	10
0%	0.62	0.91	1.50	1.79	3.19
	[14140M\$]	[20968M\$]	[34413M\$]	[41042M\$]	[73243M\$]
1%	0.51	0.75	1.22	1.45	2.57
	[11601M\$]	[17169M\$]	[28073M\$]	[33410M\$]	[59036M\$]
2%	0.44	0.64	1.04	1.24	2.16
	[10001M\$]	[14750M\$]	[23972M\$]	[28458M\$]	[49592M\$]
3%	0.39	0.57	0.92	1.09	1.87
	[8890M\$]	[13076M\$]	[21096M\$]	[24952M\$]	[42873M\$]
4%	0.35	0.51	0.82	0.97	1.64
	[8077M\$]	[11812M\$]	[18929M\$]	[22311M\$]	[37715M\$]
5%	0.32	0.47	0.75	0.88	1.47
	[7448M\$]	[10848M\$]	[17255M\$]	[20263M\$]	[33695M\$]

Paramètres : horizon à 50 ans, probabilité de solvabilité de 90%. Les chiffres du haut de chaque case s'interprètent comme une fraction des exportations annuelles, et les chiffres entre crochets comme un coût à l'échelle mondiale, en millions de dollars US de 2003.

<sup>a</sup> $r$  varie en ligne, et  $n$  en colonne.

un même fonds ; et, en poursuivant l'analogie avec l'assurance, ce gain est vraisemblablement d'autant plus grand qu'il y a beaucoup de commodités incluses dans le mécanisme.

### 3.5.2 Paiements asymétriques

Jusqu'à présent, on a supposé que le fonds fonctionnait de manière symétrique, c'est-à-dire qu'il est débité en période de prix bas, et crédité en période de prix hauts. Il est cependant possible de s'interroger sur la viabilité d'un tel mécanisme : en effet, le destinataire du mécanisme peut être incité, en période de prix hauts, à rompre son engagement et profiter pleinement de la conjoncture favorable ; cette incitation est particulièrement grande si le destinataire n'est pas pleinement propriétaire du fonds, ou s'il a une forte préférence pour le présent<sup>14</sup>.

Il est vraisemblablement possible de contourner ce problème avec un mécanisme d'engagement crédible, mais une autre façon de le résoudre est de rendre les paiements asymétriques, c'est-à-dire de faire que les paiements s'effectuent uniquement du fonds vers le destinataire, en période de prix bas.

Formellement, la règle gouvernant l'évolution du fonds devient la suivante :

$$F_t = (1 + r)F_{t-1} + \min(0, p_t - p_t^*) \quad (3.5)$$

Il est à noter que, dans ce cas, les résultats des propositions 1 et 2 disparaissent : il n'existe plus de borne supérieure aux sommes nécessaires pour faire fonctionner le fonds.

La table 3.12 rapporte les résultats des simulations, où le mode de calcul du coût est le même que celui de la section 3.3.1.

<sup>14</sup>C'est un problème d'incohérence inter-temporelle, qu'il serait possible de formaliser dans une continuation de ce travail.



TAB. 3.12 – Simulations de coût lorsque les versements nets depuis le fonds sont toujours positifs (méthode Monte-Carlo)

Commodité	50%	90%	95%	99%
Bananes	1.58 [8777M\$]	2.22 [12328M\$]	2.47 [13680M\$]	3.01 [16677M\$]
Cacao	2.69 [11817M\$]	6.56 [28779M\$]	9.44 [41426M\$]	21.02 [92216M\$]
Café	2.62 [12639M\$]	6.06 [29239M\$]	8.69 [41910M\$]	19.10 [92070M\$]
Coton	1.59 [6747M\$]	1.87 [7948M\$]	1.97 [8377M\$]	2.25 [9551M\$]
Riz	2.19 [8677M\$]	3.67 [14575M\$]	4.70 [18641M\$]	7.95 [31555M\$]

Paramètres : horizon à 50 ans, moyenne mobile sur 5 ans, et taux d'intérêt annuel de 5%. La probabilité de solvabilité du fonds varie en colonne. Les chiffres du haut de chaque case s'interprètent comme une fraction des exportations annuelles, et les chiffres entre crochets comme un coût à l'échelle mondiale, en millions de dollars US de 2003.

Pour une probabilité de solvabilité de 90%, les sommes nécessaires sont environ 2 à 3 fois plus élevées que dans le cas symétrique (voir table 3.2). Ceci dit, comme la proposition 2 ne s'applique plus, il n'est pas possible de revoir à la baisse le coût comme pour le cas symétrique (voir section 3.3.3). Par ailleurs, dans le cas symétrique, il y a beaucoup d'états de la nature où le fonds atteint le seuil lui permettant de ne jamais faire faillite par la suite ; ici, c'est impossible, et donc l'horizon temporel de 50 ans impose une contrainte plus forte. Il en résulte que la différence de coût entre les deux mécanismes est plus importante que ce que laisserait supposer la comparaison entre les tables 3.2 et 3.12.

Par ailleurs, on peut remarquer que les résultats de la table 3.12 varient fortement d'une commodité à l'autre, ce qui indique que le choix du modèle statistique influence plus fortement le résultat dans ce cas ; ces résultats sont donc à prendre avec un peu plus de précaution que les précédents. Pour affiner les calculs, il pourrait être utile de tester plusieurs modèles statistiques pour une même commodité.

# Conclusion

Nous avons donc présenté un mécanisme de stabilisation qui pourrait être utilisé de nombreuses façons : par exemple par les organisations internationales pour favoriser la stabilité macro-économique des pays exportateurs de matières premières, ou par les producteurs eux-mêmes comme moyen de s'auto-assurer. Par rapport aux mécanismes utilisés par le passé, l'atout de celui-ci est d'offrir un compromis réaliste entre la volonté de stabiliser, et la nécessité de l'ajustement face aux tendances de long terme.

Les ordres de grandeur qui ont été calculés pour les coûts de fonctionnement devraient permettre aux éventuelles parties intéressées de financer le mécanisme, et de le rendre crédible.

De plus, les résultats obtenus sur simulations historiques montrent que, si le prix utilisé pour calculer la moyenne mobile est le prix auquel fait effectivement face le producteur, alors les gains à attendre sont substantiels : les revenus deviennent significativement plus stables.

Cependant, certains problèmes restent à résoudre. Dans certaines situations, il peut être difficile d'obtenir le prix pertinent, ce qui peut remettre totalement en cause la fiabilité du schéma. De plus, le mécanisme n'offre aucune protection contre les variations de quantité, qui sont aussi importantes que celles des prix ; un autre mécanisme d'assurance doit être trouvé à cette fin.

Par ailleurs, dans le cadre de recherches ultérieures, il serait intéressant de développer des modèles permettant de quantifier le gain à attendre du mécanisme en terme de bien-être.

# Bibliographie

- Beveridge, S. et C. R. Nelson**, “A New Approach to Decomposition of Economic Time Series into Permanent and Transitory Components with Particular Attention to the Measurement of the Business Cycle,” *Journal of Monetary Economics*, 1981, 7, 151–174.
- Bollerslev, Tim**, “Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity,” *Journal of Econometrics*, 1986, 31, 307–327.
- Cashin, Paul et C. John McDermott**, “The Long-Run Behavior of Commodity Prices : Small Trends and Big Variability,” *IMF Staff Papers*, 2002, 49 (2), 175–199.
- , — , et **Alasdair Scott**, “Booms and Slumps in World Commodity Prices,” Working Paper WP/99/155, International Monetary Fund November 1999.
- , — , et — , “The Myth of Co-moving Commodity Prices,” Discussion Paper Series, Reserve Bank of New Zealand December 1999.
- , **Hong Liang**, et **C. John McDermott**, “How Persistent are Shocks to World Commodity Prices?,” *IMF Staff Papers*, 2000, 47 (2), 177–217.
- Cuddington, John T.**, “Long-run trends in 26 primary commodity prices : a disaggregated look at the Prebisch-Singer hypothesis,” *Journal of Development Economics*, 1992, 39, 207–227.
- Deaton, Angus et Guy Laroque**, “On the Behaviour of Commodity Prices,” *The Review of Economic Studies*, January 1992, 59 (1), 1–23.
- et **Ron Miller**, “International Commodity Prices, Macroeconomic Performance, and Politics in Sub-Saharan Africa,” Princeton studies in International Finance No. 79, Department of Economics, Princeton University October 1995.
- Dehn, Jan**, “Commodity Price Uncertainty and Shocks : Implications for Economic Growth,” WPS/2000-10, Centre for the Study of African Economies, Department of Economics, University of Oxford May 2000.
- , **Christopher L. Gilbert**, et **Panos Varangis**, “Commodity Price Volatility,” in B. Pinto, ed., *Volatility and its Consequences for Crises and Growth : A Handbook for Practitioners*, World Bank, 2004. Forthcoming.
- Fally, Thibault**, “Fonds de stabilisation du prix des matières premières,” Mémoire de DEA, École des Hautes Études en Sciences Sociales, Paris 2004.
- Gibert, Christopher L. et Alexandra Tabova**, “Commodity Prices and Debt Sustainability,” Discussion Paper no. 4, Università degli Studi di Trento 2004.
- Giraud, Pierre-Noël**, “Économie industrielle des commodités,” Polycopié de cours, Université de Paris-Dauphine, Centre de géopolitique de l’énergie et des matières premières March 2003.

- Gouriéroux, Christian et Alain Monfort**, *Séries temporelles et modèles dynamiques*, second ed., Economica, 1995.
- Kellard, Neil et Mark E. Wohar**, “Trends and Persistence in Primary Commodity Prices,” September 2002. Working paper.
- Kwiatkowski, D., P. C. B. Phillips, P. Schmidt, et Y. Shin**, “Testing the Null Hypothesis of Stationarity against the Alternative of a Unit Root,” *Journal of Econometrics*, 1992, 54, 159–178.
- Mas-Colell, Andreu, Michael D. Whinston, et Jerry R. Green**, *Microeconomic Theory*, Oxford University Press, 1995.
- Milevsky, Moshe Arye et Steven E. Posner**, “Asian Options, the Sum of Lognormals, and the Reciprocal Gamma Distribution,” *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, September 1998, 33 (3), 409–422.
- Phillips, P. C. B. et P. Perron**, “Testing for a unit root in time series regression,” *Biometrika*, June 1988, 75 (2), 335–346.
- R Development Core Team**, *R : A language and environment for statistical computing* R Foundation for Statistical Computing 2004. ISBN 3-900051-00-3.
- Ramey, Garey et Valerie A. Ramey**, “Cross-Country Evidence on the link between Volatility and Growth,” *American Economic Review*, December 1995, 85 (5), 1138–1151.
- Reinhart, Carmen M. et Peter Wickham**, “Commodity Prices : Cyclical Weakness or Secular Decline?,” *IMF Staff Papers*, June 1994, 41 (2), 175–213.
- Singer, H. W.**, “The Distribution of Gains between Investing and Borrowing Countries,” *American Economic Review*, May 1950, 40 (2), 473–485.
- Swaray, Raymond B.**, “Volatility of primary commodity prices : some evidence from agricultural exports in Sub-Saharan Africa,” Discussion Paper in Economics, Department of Economics and Related Studies, University of York June 2002.

# Annexe A

## Données

### A.1 Compléments d'information

- Bananes :
  - Données IFS : moyenne des prix hebdomadaires à l'importation aux États-Unis, en provenance d'Amérique Latine
  - Code de série IFS : 24876U.ZZF...
  - Donnée pour le volume : exports mondiaux (moyenne 1998-2000)
  - Source : FAO (<http://www.fao.org/DOCREP/006/Y4343E/y4343e06.htm>)
- Cacao (en fèves) :
  - Données IFS : moyenne des prix quotidiens collectés par l'Organisation Internationale du Cacao sur les marchés de New-York et de Londres
  - Code de série IFS : 65276R.ZZFM44
  - Donnée pour le volume : production mondiale en 2001/2002
  - Source : Organisation Internationale du Cacao (<http://www.icco.org/anrep/anrep0102french.pdf>, page 17)
- Café :
  - Données IFS : moyenne des prix quotidiens des "autres variétés arabicas" collectés par l'Organisation Internationale du Café sur le marché de New-York
  - Code de série IFS : 38676EBZZF...
  - Donnée pour le volume : exportations mondiales pour les variétés colombiennes, brésiliennes et autres, sur la période 05/2002 à 04/2003
  - Source : Organisation Internationale du Café (<http://www.ico.org>)
- Coton :
  - Données IFS : moyennes hebdomadaires de l'indice "A" des prix à l'exportation depuis Liverpool, donné par le journal spécialisé *Cotton Outlook*
  - Code de série IFS : 11176F.ZZFM40
  - Donnée pour le volume : exportations mondiales en 2002/2003, en excluant les États-Unis, l'Australie et la Grèce, soit 14,704,000 sacs de 480 livres
  - Source : United States Department for Agriculture - Foreign Agriculture Service (<http://www.fas.usda.gov/cotton/circular/2004/03/table02.pdf>)
- Riz :
  - Données IFS : moyenne des prix hebdomadaires du riz blanc moulu sur le marché de Bangkok
  - Code de série IFS : 57876N.ZZFM81
  - Donnée pour le volume : exportations mondiales (moyenne 1994-1996)
  - Source : Commission Européenne

(<http://europa.eu.int/comm/europeaid/projects/resal/international/market/riz/01riz0199.htm>)

- Prix à la production aux États-Unis : Code de série IFS : 11163...ZF...

## A.2 Graphiques de prix

Les graphiques A.1 à A.5 montrent les séries de prix mensuels pour les cinq commodités sélectionnées, ainsi que leurs moyennes mobiles sur 2, 5 et 10 ans. Les prix sont réels, exprimés en dollars américains de 2003.

FIG. A.1 – Bananes (Prix réels en US\$ par tonne)

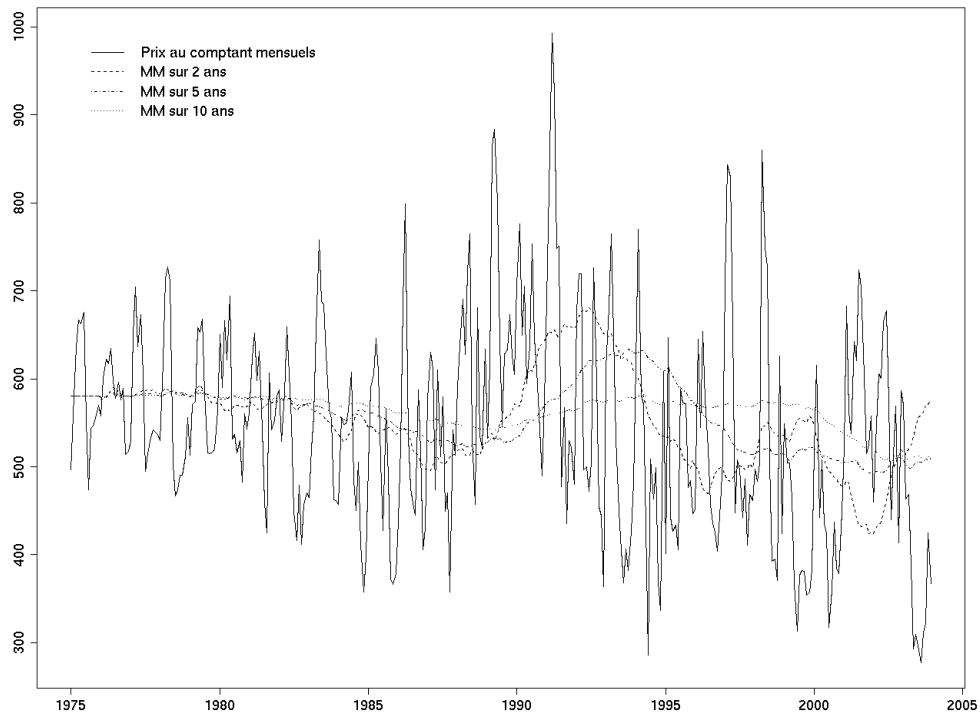


FIG. A.2 – Fèves de cacao (Prix réels en US\$ par tonne)

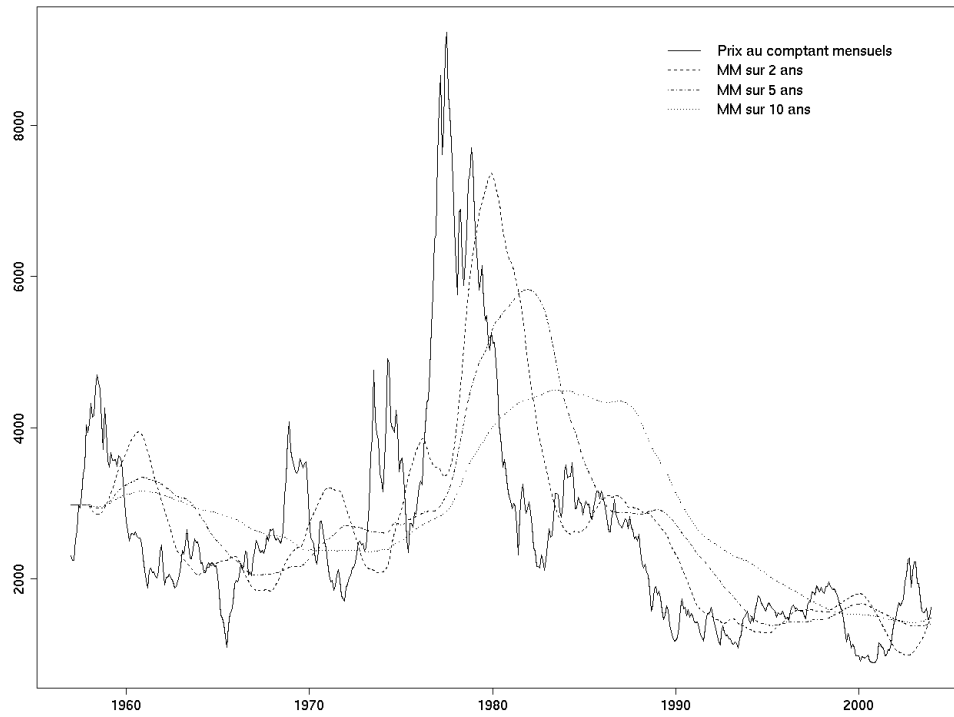


FIG. A.3 – Café arabica (Prix réels en US¢ par livre)

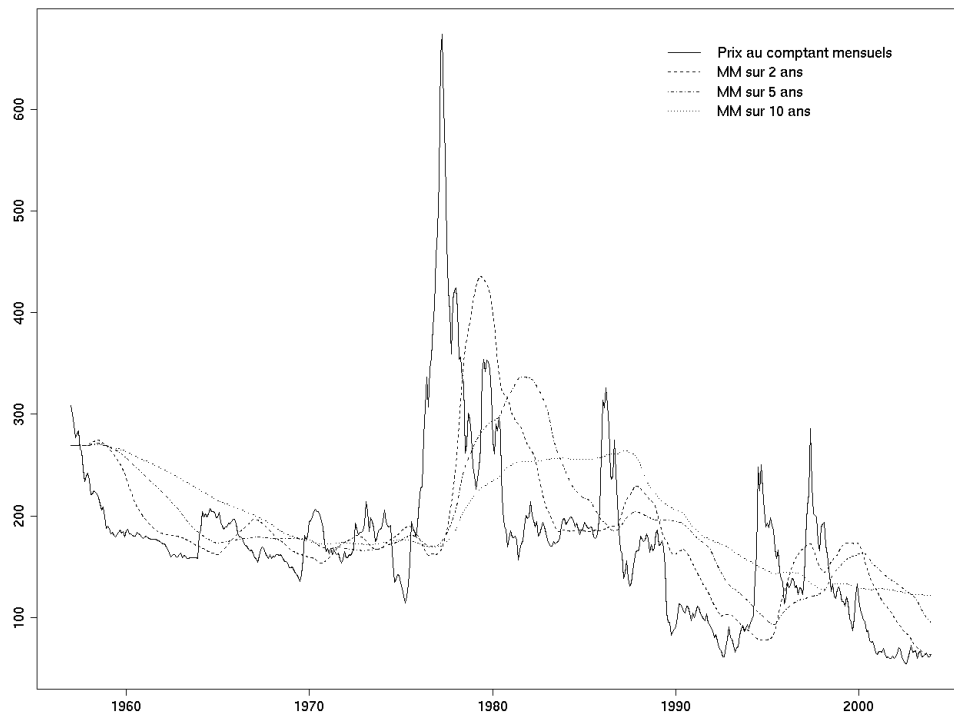


FIG. A.4 – Coton (Prix réels en US¢ par livre)

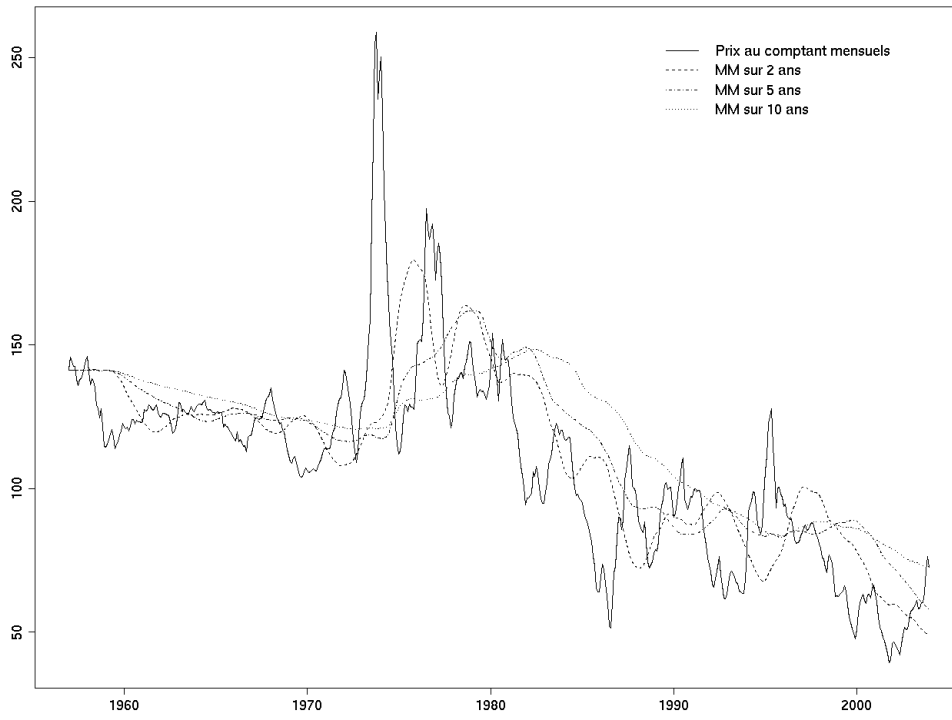
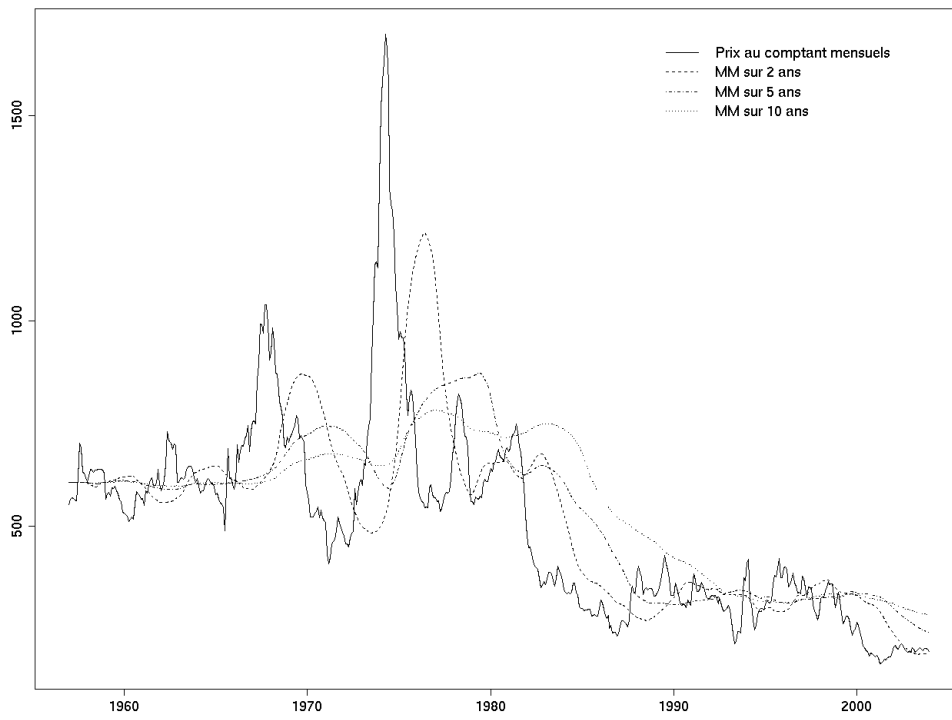


FIG. A.5 – Riz (Prix réels en US\$ par tonne)





## Annexe B

# Modèles ARIMA estimés

On donne ici les coefficients estimés pour les polynômes de l'équation (2.3). On donne d'abord les coefficients des deux polynômes autorégressifs (et les écarts types associés), avec les notations suivantes :

$$\Phi(L) = 1 - \varphi_1 L - \varphi_2 L^2 - \dots - \varphi_p L^p$$

$$\Phi_S(L^S) = 1 - \varphi_{S,1} L^S$$

	Bananes	Cacao	Café	Coton	Riz
$\varphi_1$	0.870 (0.044)		0.023 (0.038)	1.005 (0.042)	0.531 (0.014)
$\varphi_2$			0.126 (0.042)	-0.091 (0.080)	-0.545 (0.013)
$\varphi_3$			0.384 (0.035)	-0.068 (0.092)	-0.454 (0.011)
$\varphi_4$			-0.640 (0.021)	-0.013 (0.060)	
$\varphi_5$			-0.376 (0.037)	-0.059 (0.058)	
$\varphi_6$			0.084 (0.044)	0.002 (0.058)	
$\varphi_7$			0.094 (0.041)	0.114 (0.058)	
$\varphi_8$				-0.025 (0.060)	
$\varphi_9$				-0.058 (0.059)	
$\varphi_{10}$				0.053 (0.058)	
$\varphi_{11}$				-0.021 (0.059)	
$\varphi_{12}$				0.260 (0.077)	
$\varphi_{13}$				-0.319 (0.062)	
$\varphi_{S,1}$	0.973 (0.000)			-0.355 (0.065)	

De même, pour les polynômes moyenne mobile, on note :

$$\Theta(L) = 1 - \theta_1 L - \theta_2 L^2 - \dots - \theta_q L^q$$

$$\Theta_S(L^S) = 1 - \theta_{S,1} L^S$$

	Bananes	Cacao	Café	Coton	Riz
$\theta_1$	-0.307 (0.034)	0.295 (0.040)	0.235 (0.012)	-0.453 (0.136)	-0.277 (0.009)
$\theta_2$	-0.031 (0.071)		0.011 (0.044)	-0.295 (0.129)	0.372 (0.007)
$\theta_3$	-0.194 (0.033)		-0.383 (0.038)		0.670 (0.005)
$\theta_4$	-0.210 (0.025)		0.531 (0.027)		0.154 (0.008)
$\theta_5$	0.062 (0.040)		0.398 (0.023)		-0.056 (0.006)
$\theta_6$	-0.024 (0.087)				0.124 (0.006)
$\theta_7$	0.158 (0.031)				
$\theta_8$	-0.051 (0.079)				
$\theta_9$	-0.035 (0.047)				
$\theta_{10}$	0.255 (0.040)				
$\theta_{11}$	-0.015 (0.012)				
$\theta_{12}$	0.069 (0.012)				
$\theta_{S,1}$	-0.912 (0.002)				-0.003 (0.012)

## Annexe C

# Décomposition du filtre moyenne mobile

Par définition :

$$M_{n,d}(L) = \frac{1}{n} L^d \sum_{s=0}^{n-1} L^s = \frac{1}{n} \sum_{s=0}^{n-1} L^{s+d}$$

D'où :

$$M_{n,d}(L) - 1 = \frac{1}{n} \sum_{s=0}^{n-1} (L^{s+d} - 1) = (L - 1) \underbrace{\frac{1}{n} \sum_{s=0}^{n-1} (1 + L + \dots + L^{s+d-1})}_{K_{n,d}(L)}$$

On a donc :

$$K_{n,d}(L) = \frac{1}{n} \sum_{s=0}^{n-1} (1 + L + \dots + L^{s+d-1}) \quad (\text{C.1})$$

Ou, alternativement :

$$K_{n,d}(L) = 1 + L + \dots + L^{d-1} + \frac{n-1}{n} L^d + \frac{n-2}{n} L^{d+1} + \dots + \frac{1}{n} L^{n+d-2}$$

On calcule maintenant l'expression du scalaire  $K_{n,d}(R)$  (où  $R = \frac{1}{1+r}$ ). Le cas  $r = 0$  (c'est-à-dire  $R = 1$ ) doit être traité séparément :

$$K_{n,d}(1) = \frac{1}{n} \sum_{s=0}^{n-1} (s + d) = \frac{n-1}{2} + d$$

Cette quantité est croissante en  $n$  et en  $d$ , et, asymptotiquement :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} K_{n,d}(1) = +\infty$$

Tab. C.1 – Valeurs de  $K_{n,d}(R)$ , calculées pour  $d = 1$

$(r, n)^a$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5	5.5
0.01	1	1.495	1.987	2.475	2.961	3.443	3.922	4.398	4.870	5.340
0.02	1	1.490	1.974	2.451	2.923	3.388	3.847	4.300	4.747	5.189
0.03	1	1.485	1.961	2.428	2.886	3.335	3.775	4.207	4.631	5.046
0.04	1	1.481	1.949	2.406	2.851	3.284	3.707	4.119	4.520	4.912
0.05	1	1.476	1.937	2.384	2.816	3.235	3.641	4.034	4.415	4.784

<sup>a</sup> $r$  varie en ligne, et  $n$  en colonne.

Pour  $0 < R < 1$ , on a :

$$\begin{aligned}
 K_{n,d}(R) &= \frac{1}{n} \sum_{s=0}^{n-1} (1 + R + \dots + R^{s+d-1}) \\
 &= \frac{1}{n(1-R)} \sum_{s=0}^{n-1} (1 - R^{s+d}) \\
 &= \frac{1}{n(1-R)} \left( n - R^d \frac{1 - R^n}{1 - R} \right) \\
 &= \frac{1}{1-R} - \frac{R^d(1 - R^n)}{n(1-R)^2}
 \end{aligned}$$

Cette quantité est croissante en  $n$  et en  $d$ , car :

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial K_{n,d}(R)}{\partial n} &= \frac{R^d}{n^2(1-R)^2} ((\ln(R^n) - 1)R^n + 1) > 0 \\
 \frac{\partial K_{n,d}(R)}{\partial d} &= -\frac{\ln R \cdot R^d(1 - R^n)}{n(1-R)^2} > 0
 \end{aligned}$$

Asymptotiquement :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} K_{n,d}(R) = \frac{1}{1-R} = 1 + \frac{1}{r}$$

De plus, en utilisant l'expression de  $K_{n,d}(L)$  donnée à l'équation (C.1), on voit que  $K_{n,d}(R)$  est croissant en  $R$ , et donc décroissant en  $r$  (en incluant le point  $r = 0$ ).

Quelques valeurs de  $K_{n,d}(R)$  sont données en table C.1.

# Annexe D

## Preuves

*Preuve de la proposition 1.* On note :

$$K_{n,d}(L) = \sum_{j=0}^{n+d-2} m_j L^j$$

Par ailleurs, l'équation (3.2) peut se réécrire :

$$F_t = (1+r)F_{t-1} + K_{n,d}(L)\Delta p_t$$

Ce qui donne, en multipliant par  $R^t$  :

$$\begin{aligned} R^t F_t &= R^{t-1} F_{t-1} + R^t K_{n,d}(L) \Delta p_t \\ &= R^{t-1} F_{t-1} + R^t \sum_{j=0}^{n+d-2} m_j \Delta p_{t-j} \\ &= R^{t-1} F_{t-1} + \sum_{j=0}^{n+d-2} m_j R^t (p_{t-j} - p_{t-j-1}) \end{aligned} \tag{D.1}$$

Puis, en déroulant la récurrence :

$$\begin{aligned} R^t F_t &= F_0 + \sum_{s=1}^t \sum_{j=0}^{n+d-2} m_j R^s (p_{s-j} - p_{s-j-1}) \\ &= F_0 + \sum_{j=0}^{n+d-2} m_j R^j \sum_{s=1}^t R^{s-j} (p_{s-j} - p_{s-j-1}) \\ &= F_0 + \sum_{j=0}^{n+d-2} m_j R^j \sum_{s=j+1}^t R^{s-j} (p_{s-j} - p_{s-j-1}) \end{aligned}$$

puisque  $p_t = p_0$  pour  $t < 0$ .

En changeant les indices :

$$\begin{aligned} R^t F_t &= F_0 + \sum_{j=0}^{n+d-2} m_j R^j \sum_{s=0}^{t-j-1} R^{s+1} (p_{s+1} - p_s) \\ &\geq F_0 - \sum_{j=0}^{n+d-2} m_j R^j \cdot R \cdot p_0 \end{aligned} \tag{D.2}$$

puisque les  $p_t$  (pour  $t > 0$ ) et les  $m_j$  sont positifs.

Finalement :

$$R^t F_t \geq F_0 - R \cdot K_{n,d}(R) \cdot p_0$$

Le résultat s'ensuit.  $\square$

*Preuve de la proposition 2.* Soit  $t' \geq t$ . En déroulant l'équation (D.1), on obtient :

$$\begin{aligned} R^{t'} F_{t'} &= R^t F_t + \sum_{s=t+1}^{t'} \sum_{j=0}^{n+d-2} m_j R^s (p_{s-j} - p_{s-j-1}) \\ &= R^t F_t + R^t \sum_{s=t+1}^{t'} \sum_{j=0}^{n+d-2} m_j R^{s-t} (p_{s-j} - p_{s-j-1}) \end{aligned}$$

On divise les deux membres par  $R^t$  :

$$\begin{aligned} R^{t'-t} F_{t'} &= F_t + \sum_{s=t+1}^{t'} \sum_{j=0}^{n+d-2} m_j R^{s-t} (p_{s-j} - p_{s-j-1}) \\ &= F_t + \sum_{j=0}^{n+d-2} m_j R^j \sum_{s=t+1}^{t'} R^{s-j-t} (p_{s-j} - p_{s-j-1}) \\ &= F_t + \sum_{j=0}^{n+d-2} m_j R^j \sum_{s=1-j}^{t'-t-j} R^s (p_{t+s} - p_{t+s-1}) \\ &\geq F_t + \sum_{j=0}^{n+d-2} m_j R^j (-R \cdot p_t + \sum_{s=1-j}^0 R^s (p_{t+s} - p_{t+s-1})) \\ &\geq F_t - R \cdot K_{n,d}(R) \cdot p_t + \sum_{j=0}^{n+d-2} m_j R^j D_{t-j} \\ &\geq F_t - R \cdot K_{n,d}(R) \cdot p_t + K_{n,d}(R \cdot L) D_t \end{aligned}$$

D'où le résultat.  $\square$

*Preuve de la proposition 3.* Soit  $P_t = R^t p_t$ . Comme  $p_t = e^{\varepsilon_t} p_{t-1}$ , on a  $P_t = R e^{\varepsilon_t} P_{t-1}$ . Comme  $\varepsilon_t \rightsquigarrow \mathcal{N}(0, \sigma^2)$ , on a  $\mathbb{E}(e^{\varepsilon_t}) = e^{\frac{\sigma^2}{2}}$  et  $\mathbb{E}(e^{2\varepsilon_t}) = e^{2\sigma^2}$ . Et comme  $\varepsilon_t$  et  $P_{t-1}$  sont indépendantes, une récurrence simple donne :

$$\mathbb{E}(P_t) = p_0 \cdot R^t e^{t \frac{\sigma^2}{2}}$$

$$\mathbb{E}(P_t^2) = p_0^2 \cdot R^{2t} e^{2t\sigma^2}$$

Il s'ensuit que, comme  $\ln R = -\ln(1+r) < -\sigma^2$ , on a  $\lim_{t \rightarrow +\infty} \mathbb{E}(P_t) = 0$  et  $\lim_{t \rightarrow +\infty} \mathbb{E}(P_t^2) = 0$ . D'où  $\text{plim}_{t \rightarrow +\infty} P_t = 0$ .

Maintenant, soit  $S_t = \sum_{s=1}^t P_s$ . Cette somme est normalement convergente dans  $\mathbb{L}_2$  puisque  $\sum_{s=1}^t \sqrt{\mathbb{E}(P_s^2)}$  est convergente. Soit  $S_\infty = \text{plim}_{t \rightarrow +\infty} S_t$ . Il est clair que :

$$\mathbb{E}(S_\infty) = p_0 \frac{R e^{\frac{\sigma^2}{2}}}{1 - R e^{\frac{\sigma^2}{2}}}$$

On a  $\mathbb{E}(S_t^2) = \sum_{s=1}^t \mathbb{E}(P_s^2) + 2 \sum_{1 \leq i < j \leq t} \mathbb{E}(P_i P_j)$ . Puisque  $\lim_{t \rightarrow +\infty} \sum_{s=1}^t \mathbb{E}(P_s^2) = p_0^2 \frac{R^2 e^{2\sigma^2}}{1 - R^2 e^{2\sigma^2}}$ , et pour  $i < j$ ,  $\mathbb{E}(P_i P_j) = p_0^2 R^{i+j} e^{2i\sigma^2 + (j-i)\frac{\sigma^2}{2}}$ , ce qui conduit (après quelques calculs auxiliaires) à :  $\lim_{t \rightarrow +\infty} \sum_{0 \leq i < j \leq t} \mathbb{E}(P_i P_j) = \frac{p_0^2}{1 - R e^{\frac{3}{2}\sigma^2}} \left( \frac{R^3 e^{\frac{5}{2}\sigma^2}}{1 - R e^{\frac{\sigma^2}{2}}} - \frac{R^4 e^{4\sigma^2}}{1 - R^2 e^{2\sigma^2}} \right)$ , on a :

$$\mathbb{E}(S_\infty^2) = p_0^2 R^2 e^{2\sigma^2} \left( \frac{1}{1 - R^2 e^{2\sigma^2}} + \frac{2R e^{\frac{\sigma^2}{2}}}{1 - R e^{\frac{3}{2}\sigma^2}} \left( \frac{1}{1 - R e^{\frac{\sigma^2}{2}}} - \frac{R e^{\frac{3}{2}\sigma^2}}{1 - R^2 e^{2\sigma^2}} \right) \right)$$

En suivant les résultats de Milevsky et Posner (1998), la véritable distribution de  $S_\infty$  est bien approchée par une distribution gamma réciproque.

En continuant les calculs de l'équation (D.2), on a :

$$\begin{aligned} R^t F_t &= F_0 + \sum_{j=0}^{n+d-2} m_j R^j (R^{t-j} p_{t-j} - R \cdot p_0 + (1 - R) \sum_{s=1}^{t-j-1} R^s p_s) \\ &= F_0 + \sum_{j=0}^{n+d-2} m_j R^j (P_{t-j} - R \cdot p_0 + (1 - R) S_{t-j-1}) \end{aligned}$$

Donc :

$$\begin{aligned} \text{plim}_{t \rightarrow +\infty} R^t F_t &= F_0 + \sum_{j=0}^{n+d-2} m_j R^j (-R \cdot p_0 + (1 - R) S_\infty) \\ &= F_0 - R \cdot K_{n,d}(R) \cdot p_0 + (1 - R) \cdot K_{n,d}(R) \cdot S_\infty \end{aligned}$$

Soit  $X = (1 - R) \cdot K_{n,d}(R) \cdot S_\infty$ . Les deux premiers moments de  $X$  se déduisent naturellement de ceux de  $S_\infty$ . De plus, la distribution de  $X$  peut être approchée par une distribution gamma réciproque, de fonction de répartition :

$$g_R(X|\alpha, \beta) = \frac{g(1/X|\alpha, \beta)}{X^2} = \frac{\beta^{-\alpha} X^{1-\alpha} e^{\frac{1}{\beta X}}}{X^2 \Gamma(\alpha)}$$

où  $\alpha$  et  $\beta$  se déduisent des deux premiers moments (voir Milevsky et Posner (1998)) :

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{2\mathbb{E}(X^2) - \mathbb{E}(X)^2}{\mathbb{E}(X^2) - \mathbb{E}(X)^2} = \frac{2\mathbb{E}(S_\infty^2) - \mathbb{E}(S_\infty)^2}{\mathbb{E}(S_\infty^2) - \mathbb{E}(S_\infty)^2} \\ \beta &= \frac{\mathbb{E}(X^2) - \mathbb{E}(X)^2}{\mathbb{E}(X)\mathbb{E}(X^2)} = \frac{\mathbb{E}(S_\infty^2) - \mathbb{E}(S_\infty)^2}{(1 - R)K_{n,d}(R)\mathbb{E}(S_\infty)\mathbb{E}(S_\infty^2)} \end{aligned}$$

□